

Spatial, Temporal and Multimedia Databases
 SoSe 2012

Übungsblatt 1: Distanzmaße, L_p -Distanz

Besprechung: 30.04.2012 / 03.04.2012

Aufgabe 1-1 Distanzmaße

Distanzmaße können wir nach ihren Eigenschaften in folgende Kategorien einteilen:

$d : S \times S \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ $x, y, z \in S :$	reflexiv $x = y \Rightarrow d(x, y) = 0$	symmetrisch $d(x, y) = d(y, x)$	strikt $d(x, y) = 0 \Rightarrow x = y$	Dreiecks-Ungleichung $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$
Unähnlichkeitsfunktion	×			
Distanzfunktion	×	×		
Semi-Metrik	×	×	×	
Pseudo-Metrik	×	×		×
Metrik	×	×	×	×

Entscheiden Sie für die folgenden Funktionen $d(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n)$ jeweils, ob es sich um ein Distanzmaß handelt, und wenn ja, in welche Kategorie es fällt.

- (a) $d(x, y) = \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)$
- (b) $d(x, y) = \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2$
- (c) $d(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} (x_i - y_i)^2}$
- (d) $d(x, y) = \sum_{i=1}^n \begin{cases} 1 & \text{falls } x_i = y_i \\ 0 & \text{falls } x_i \neq y_i \end{cases}$
- (e) $d(x, y) = \sum_{i=1}^n \begin{cases} 1 & \text{falls } x_i \neq y_i \\ 0 & \text{falls } x_i = y_i \end{cases}$

Anmerkung: Die Begriffe *Semi-Metrik*, *Pseudo-Metrik* und *Distanzfunktion* werden in der Literatur zum Teil unterschiedlich verwendet. In der Mathematik ist z.B. "Distanzfunktion" ein Synonym für "Metrik". In der Informatik gibt es jedoch viele "Distanzfunktionen" für die die Dreiecksungleichung nicht gilt. Für eine vollwertige Metrik verwenden wir daher bewusst den Begriff "Metrik", wenn die Dreiecksungleichung benötigt wird. Wenn Sie in der Literatur den Begriff "distance" lesen, können sie i.A. nicht davon ausgehen eine Metrik zu haben.