

Aufgabe 5-2 *Klassifikation*

Betrachten Sie im Folgenden ein abstraktes Spiel, bei dem ein Spieler regelmäßig eine Auswahl aus mehreren Entscheidungsmöglichkeiten treffen muss. Beispiele sind:

- In welcher Reihenfolge sollen Gegenstände aufgesammelt werden.
- In welche Richtung soll der Spieler an einer Kreuzung in einem Labyrinth gehen.
- In welche Richtung schickt der Spieler seine Einheit zum Erkunden.

Wir nehmen an, dass es immer vier Alternativen $\{a_1, \dots, a_4\}$ gibt. Es sei bekannt, dass ein BOT-programm bei dieser Entscheidung jede Alternative mit gleicher Wahrscheinlichkeit auswählt. Aus Log-Dateien sei außerdem empirisch geschätzt worden, dass reale Spieler ihre Entscheidung folgendermaßen auf die Alternativen verteilen:

	a_1	a_2	a_3	a_4
Wahrscheinlichkeit	10%	20%	30%	40%

Bei einem Spieler S_1 sei folgende Sequenz von Entscheidungen beobachtet worden:

$$O = [a_3, a_2, a_1, a_4, a_1, a_2, a_2, a_3, a_1]$$

Im Folgenden sei B das Zufallsereignis, dass es sich bei S_1 um einen BOT handelt, und \bar{B} sei das Zufallsereignis, dass es sich bei S_1 um einen realen Spieler handelt.

- (a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(O|B)$, dass der BOT die obige Sequenz erzeugt.

$$P(O|B) = 0.25^9 = 3.8 \cdot 10^{-6}$$

- (b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(O|\bar{B})$, dass ein realer Spieler die obige Sequenz erzeugt.

$$P(O|\bar{B}) = 0.1^3 \cdot 0.2^3 \cdot 0.3^2 \cdot 0.4 = 7.2 \cdot 10^{-7}$$

- (c) Angenommen wir wissen, dass es sich bei 1% aller Spieler um BOTs handelt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(B|O)$, dass es sich bei S_1 um einen BOT handelt.

$$P(B|O) = \frac{P(O|B) \cdot P(B)}{P(O)} =$$

Satz der totalen Wahrscheinlichkeit:

$$\begin{aligned} & \frac{P(O|B) \cdot P(B)}{P(O|B) \cdot P(B) + P(O|\bar{B}) \cdot P(\bar{B})} = \\ & \frac{3.8 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-2}}{3.8 \cdot 10^{-6} \cdot 0.01 + 7.2 \cdot 10^{-7} \cdot 0.99} = \\ & = 0.051 \end{aligned}$$