

Skript zur Vorlesung
Managing and Mining Multiplayer Online Games
im Sommersemester 2016

Kapitel 9: Räumliche Verhaltensmodelle

Skript © 2012 Matthias Schubert

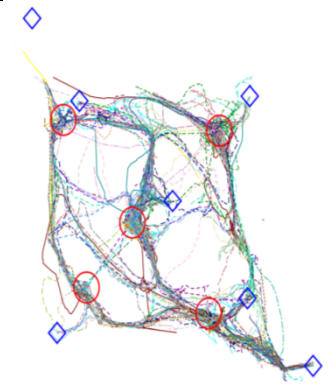
http://www.dbs.ifi.lmu.de/cms/VO_Managing_Massive_Multiplayer_Online_Games

Kapitelüberblick

- Spatial Data Mining in Games
- Visual Analytics und Heat Maps
- Spatial Prediction
- Spatial Outliers
- Trajektorien Darstellungen und Vergleiche
- Mustersuche in Trajektorien

Aufgaben Spatial Game Analytics

- Finde Exploitation-Spots
- Extraktion von Spielzügen und Bewegungsstrategien
- Erkennen von Encountern (Open PVP)
- Sub-Team Erkennung
- Dynamisches Anpassen von Respawn-Raten
- Erkennen von Bots und Multi-Boxing
- Erkennen von Bewegungs- und Teleportations-Hacks



⇒ Suche bestimmte Orte

(Heatmaps, Spatial Prediction, Spatial Outlier)

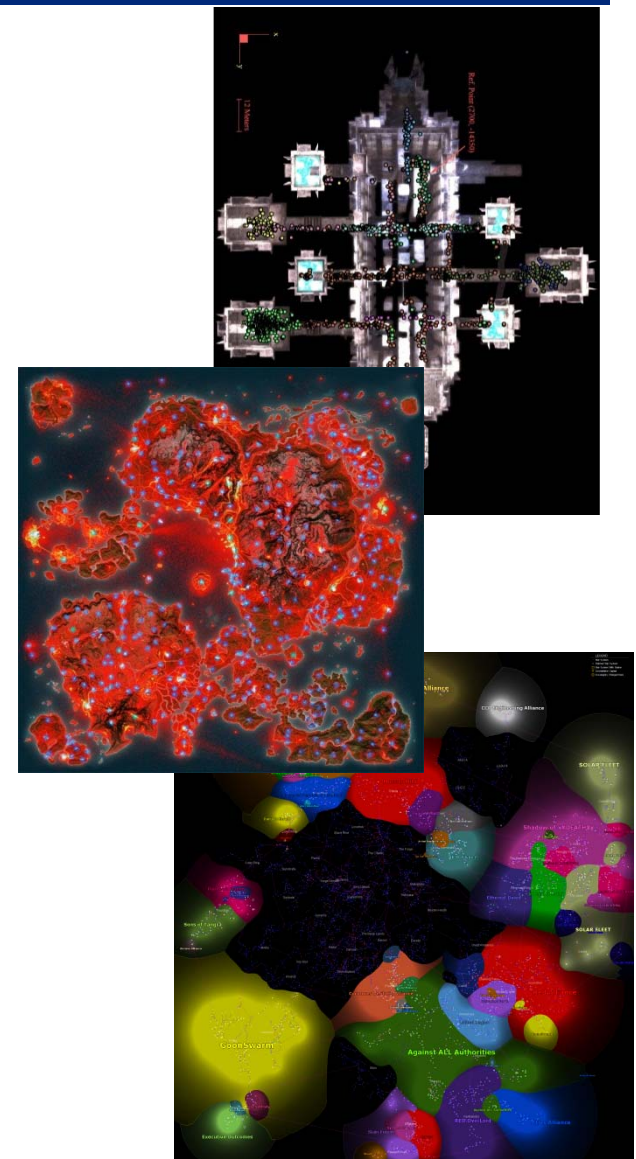
⇒ Suche nach Bewegungsmustern (Trajectory Mining)

Räumliche Daten und Visualisierung

- Räumliche Daten bestehen aus Objektbeschreibung und Position.
(Beispiel: Marine, 43,56)
- Um besondere Orte zu finden, werden die Objektbeschreibungen bzgl. der Position aggregiert.
(z.B. Anzahl der Kills an einer Position, Spawn-Häufigkeit eines Monsters an einem Ort)
- Räumliche Kontinuität: i.d.R. geht man davon aus, dass sich benachbarte Positionen ähnlich verhalten.

⇒ Darstellung von aggregierten Informationen über 2D Histogramme (Bin Counting)

⇒ Darstellung der räumlichen Kontinuität über Glättungsansätze (Kerndichteschätzer)

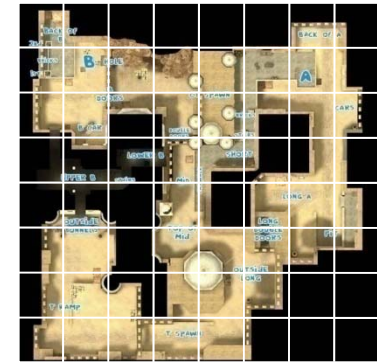


Heat Maps

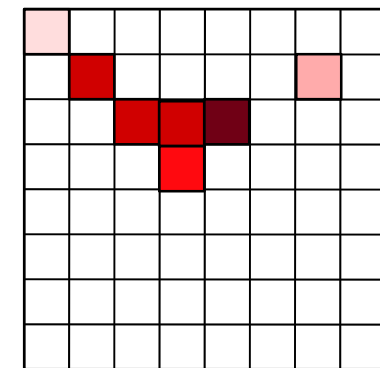
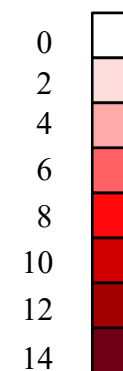
- Visualisierung der Verteilung der Ereignisse über die X-,Y- Koordinaten einer Karte.
- Darstellung der Verteilung als 2D-Dichteverteilung.
- Die Höhe der Bins wird durch Farbe kodiert.

Einfacher Algorithmus: Bin Counting

1. Lege uni-distantes Grid über die Karte
2. Für jedes Ereignis
 1. Bestimme die Gridzelle
 2. Erhöhe Zähler der Gridzelle um 1
3. Zeichne das Grid und färbe jede Zelle mit einer Farbe, die der Zahl in der Zelle entspricht.



3					
	10				5
		11	11	14	
			9		



Heat Maps

Probleme bei Bin Counting:

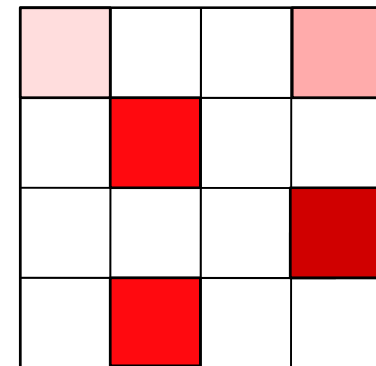
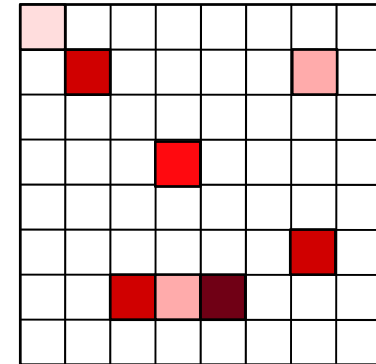
- Einstellung der Grid-Größe:
 - zu klein: zerrissene Darstellung, wenige dichte Bereiche
 - zu groß: grobe Darstellung, wenig Unterscheidung
- Position des Grids beeinflusst Ergebnis
- räumliche Kontinuität kann schlecht erkennbar sein

Abhilfe: Glätten der Kurve mit Kerndichteschätzung

Abschätzung der Objektdichte über Summe von Kernfunktionen

⇒ Kontinuierliche und geglättete Dichtefunktion

⇒ Rasterung der Daten erst beim Zeichnen



Kerndichteschätzer

- Verfahren zur Abschätzung einer kontinuierlichen Dichtefunktion aus einer Samplemenge X .
- Betrachte Dichte $p(t)$ als Mixture-Model von $|X|$ Verteilungen, die alle mit der Kernfunktion $k(t)$ verteilt sind:

$$p(x) = \frac{1}{|X|} \sum_{t \in X} k(t - x)$$

- Gängige Kernfunktion:

- Gaußkern : $k(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2}$



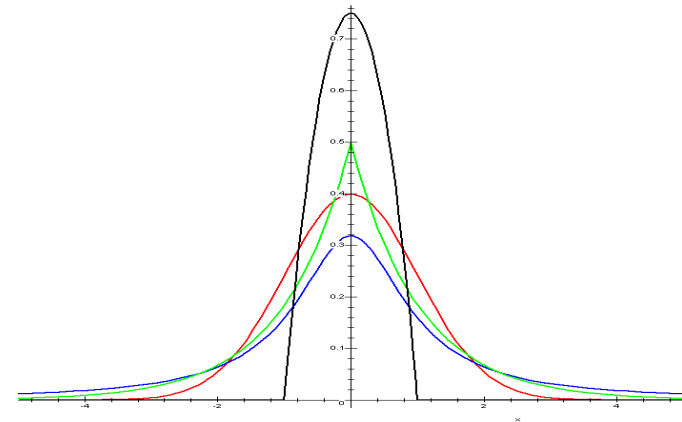
- Cauchy-Kern: $k(t) = \frac{1}{\pi(1+t^2)}$



- Picard-Kern : $k(t) = \frac{1}{2} e^{-|t|}$



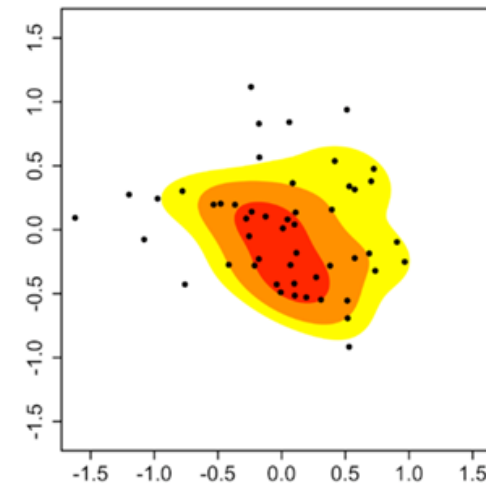
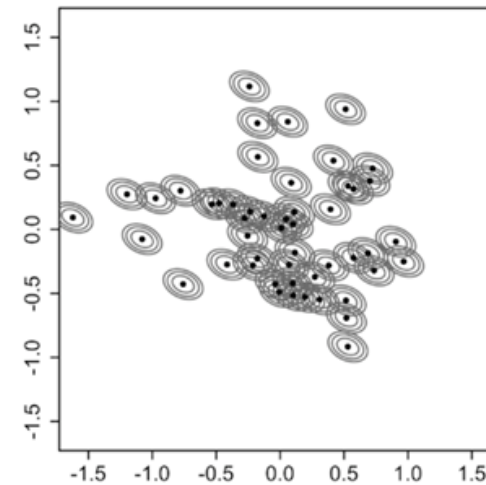
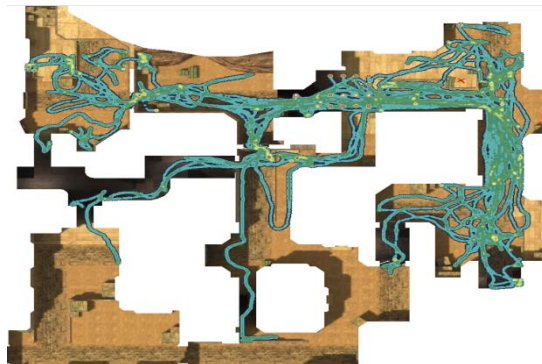
- Epanechnikow-Kern: $k(t) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1-t^2), & \text{falls } t \in [-1;1] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$



Heatmaps mit Kerndichteschätzern

- Kerne im 2D-Raum unter der Annahme unabhängiger Dimensionen:
- Jedes Bin entspricht einem Pixel
- Für jedes Pixel P wird $p(m)$ am Pixelmittelpunkt m berechnet
- Zur effizienten Berechnung:
 - Gehe über alle Punkte x :
 - Gehe über alle Pixel p :
 - Gehe über beide Dimensionen:
 - Erhöhe den Wert von p um $k(x-p_m)$ mit p_m Mittelpunkt von p

$$p(t) = \left(\frac{1}{|X|} \sum_{x \in X} k(t_1 - x_1) \right) \cdot \left(\frac{1}{|X|} \sum_{x \in X} k(t_2 - x_2) \right)$$



Spatial Data Mining

- Spezialbereich des Data Minings, der sich mit räumlichen Objekten beschäftigt.
- Objekt O besteht aus einer räumlichen Komponente $p \in IR^2/IR^3$ und einer Objektbeschreibung $v \in F$. (F ist ein beliebiger Feature-Raum)
- Spezielle Tasks im Spatial Data Mining:
 - **Spatial Outlier Detection:** Finde Orte, bei denen die Feature-Beschreibung deutlich von der Beschreibung der räumlich nahen Objekte abweicht.
(Beispiel: Exploitation Spots, bei denen man nicht getroffen werden kann.)
 - **Spatial Prediction:** Vorhersage von Orten, an denen bestimmte Phänomene häufig auftreten.
(Beispiel: Berechne die Wahrscheinlichkeit, ob an einer bestimmten Stelle, ein bestimmtes Verhalten beobachtet werden kann.)
 - **Spatial Clustering:** Clustering, das sowohl die räumliche Nähe als auch die Ähnlichkeit im Feature-Raum verwendet, um Cluster zu bilden bzw. voneinander abzugrenzen.
(Beispiel: Werden beliebige Aktivitäten häufig an bestimmten Stellen der Karte unternommen.)
 - **Spatial Rule Mining:** Ableiten von Assoziationsregeln auf Basis häufiger räumlicher Muster. (Beispiel: 80% der Städte, die innerhalb von 50 km der Siedlung eines anderen Spielers gebaut werden, überleben nicht bis zum Ende des Spiels.)

Spatial Prediction

- Supervised Learning auf räumlichen Daten.
- Spatial Auto Regression (SAR): Erweitern von Regressionsmodellen zur Berücksichtigung der Zielwerte naher Objekte (hier Matrixschreibweise):

$$y = \rho \cdot W \cdot y + X \cdot \beta + \varepsilon$$

- y : Vektor der Zielwerte
 - W : Matrix, die die räumliche Nähe der Objekte darstellt
 - X : Datenmatrix, die aus den Trainingsvektoren gebildet wird
 - ε : Normalverteilter Fehler/Rauschen
 - ρ : Gewichtungsfaktor für räumliche Komponente
 - β : Gewichtungsvektor für inhaltliche Komponente
- Umformung für die Berechnung: $(1 - \rho \cdot W) \bar{y} = X\beta + \varepsilon$
$$y = (1 - \rho \cdot W)^{-1} X\beta + (1 - \rho \cdot W)^{-1} \varepsilon$$
 - $(1 - \rho \cdot W)^{-1}$ kann als räumliche Glättung des Feature-Raums aufgefasst werden.
 - Bestimmen von ρ und β mit Maximum Likelihood Schätzern oder Markov-Chain-Monte-Carlo Abschätzung.

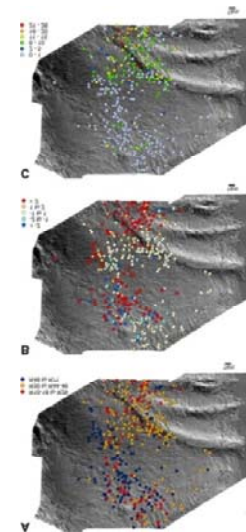
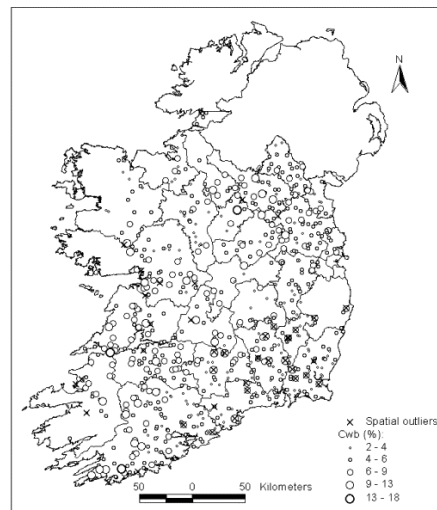
Spatial Outlier Detection

Gegeben: Eine Menge DB von räumlichen Objekte $O = (p,v)$.

Gesucht: Objekte, die in ihrer räumlichen Umgebung ungewöhnlich sind.

Allgemeines Vorgehen:

1. Bestimme für jedes Objekt O eine räumliche Nachbarschaft N .
(z.B. N besteht aus den räumlich k -nächsten Nachbarn von O).
2. Vergleiche die Feature-Beschreibungen $O.v$
mit der Verteilung der Feature-Beschreibungen in N .



Spatial Outlier Detection

Point Outlier Detection (POD):

1. Aufstellen eines Nearest Neighbor Graphen

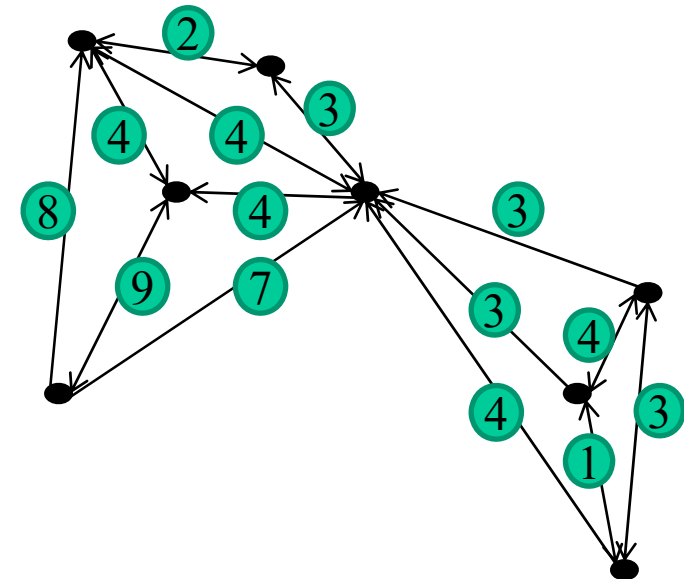
$G(DB, E)$ auf den räumlichen Positionen.

$E := \{(o_i, o_j) \mid o_i, o_j \in DB \wedge o_j \in NN_k(o_i)\}$

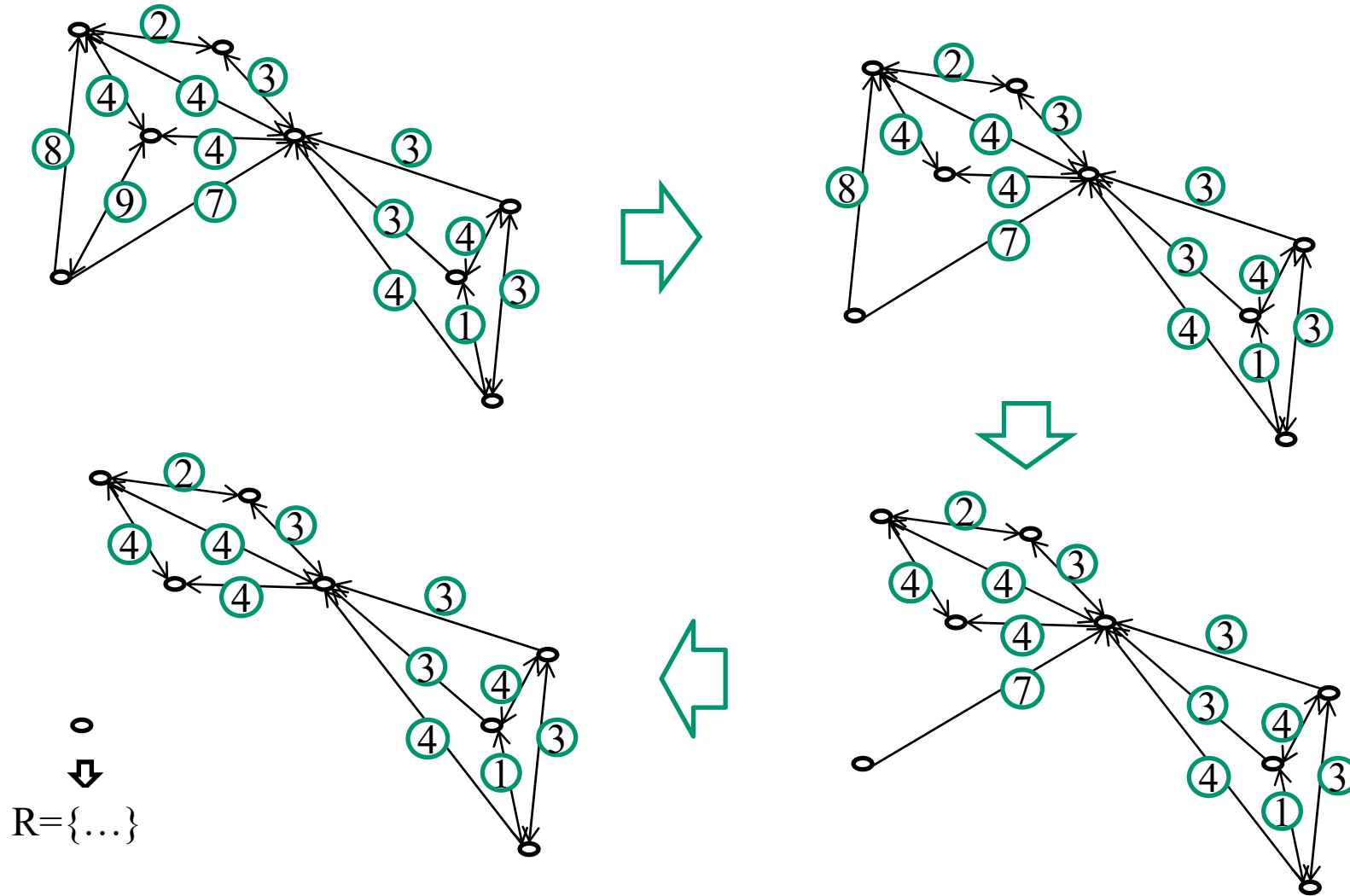
Gewichtungsfunktion:

$w(o_i, o_j) = \|o_i \cdot v - o_j \cdot v\|$

2. Sortiere E absteigend nach $w(o_i, o_j)$
3. Solange $|R| < m$
(noch keine m Outlier gefunden)
 1. Entferne die Kante (o_i, o_j) mit max. Gewicht $w(o_i, o_j)$
 2. Falls o_i jetzt isoliert ist
Füge o_i in das Ergebnis R ein



Beispiel POD



Distanzmaße für Trajektorien

- **Punkt zu Trajektorie:** Gegeben $p \in \mathbb{R}^2$ und Trajektorie

$$Q = ((x_1, t_1), \dots, (x_b, t_b)) : \quad D(p, Q) = \min_{(x, t) \in Q} d(p, x)$$

- **Trajektorie zu Trajektorie:** Gegeben $Q = ((x_1, t_1), \dots, (x_b, t_b))$

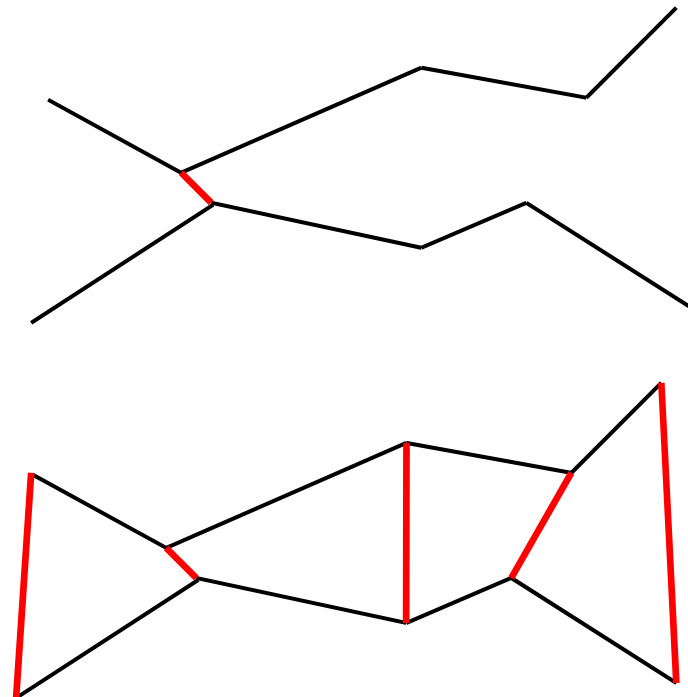
und $P = ((y_1, t'_1), \dots, (y_b, t'_b))$:

Closest Pair Distanz:

$$CPD(Q, P) = \min_{(x_i, t_i) \in Q, (y_j, t'_j) \in P} d(x_i, y_j)$$

Sum-of-Pairs:

$$SPD(Q, P) = \sum_{i=1}^n d(x_i, y_i)$$

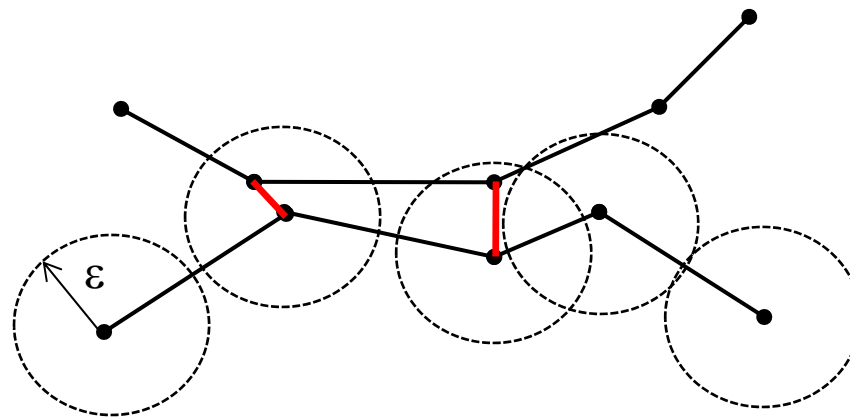


Abstandsmaße für Trajektorien

- bei unterschiedlicher Länge: DTW (Siehe Kapitel 8)
Aber: DTW ist anfällig für Ausreißer.
- Längste gemeinsame Subsequenz (Ähnlichkeitsmaß!)
LCSS (Longest Common SubSequenz):

$$LCSS(Q, P) = \begin{cases} 0, & \text{falls } n = 0 \vee m = 0 \\ 1 + LCSS(\text{Rest}(Q), \text{Rest}(P)), & \text{falls } d(\text{Head}(Q), \text{Head}(P)) \leq \varepsilon \wedge |n - m| < \delta \\ \max(LCSS(\text{Rest}(Q), P), LCSS(Q, \text{Rest}(P))), & \text{sonst} \end{cases}$$

- ε : Grenzwert für Positionsmatching, δ max. Verschiebung
- Berechnung durch Rekursion



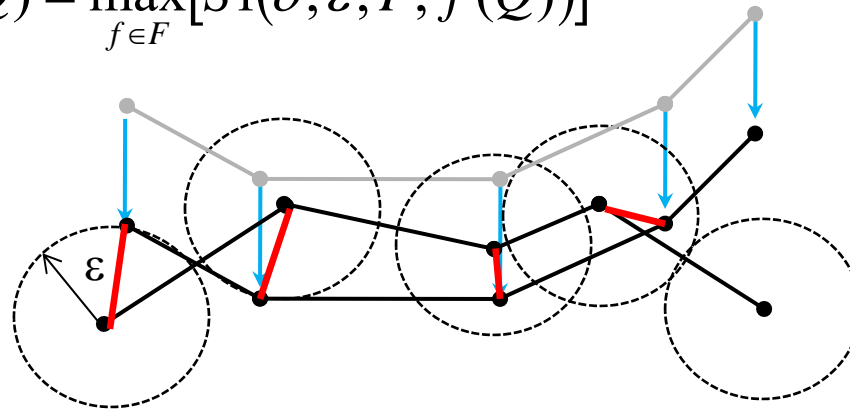
LCSS Ähnlichkeit

- $LCSS(P,Q)$ zählt bis jetzt nur die Länge der größten gemeinsamen Subsequenz, ist aber nicht normiert:

$$S1(\delta, \varepsilon, P, Q) = \frac{LCSS(P, Q)}{\min(|P|, |Q|)}$$

- Ähnlichkeit berücksichtigt noch nicht die Translation von Trajektorien (Translation: Verschiebung aller Positionen um einen festen Vektor):
Sei F die Menge aller Translationen und $f(Q) \in F$ eine Translation:

$$S2(\delta, \varepsilon, P, Q) = \max_{f \in F} [S1(\delta, \varepsilon, P, f(Q))]$$



Kompression von Trajektorien

Eigenschaften von Trajektorien in Spielen:

- hohe Auflösung (ca. 20-30 Punkte/s)
- keine Positionsmessfehler (Position ist exakt hinterlegt)
- Geschwindigkeit ist häufig fest abgestuft und Bewegung ist häufig linear.

Probleme: Auflösung ist häufig zu hoch und redundant

- Speicherbedarf ist extrem hoch
- Vergleiche werden sehr teuer (alle DTW basierten Maße sind quadratisch)

Lösungsansatz: Reduktion der Wegpunkte

⇒ Kompression durch Weglassen von Wegpunkten

⇒ Gute Verfahren minimieren Approximationsfehler

Douglas-Peucker Algorithmus

Gegeben: Eine Trajektorie $Q = ((x_1, t_1), \dots, (x_p, t_p))$ der Länge 1.

Gesucht: Q' mit $|Q'| \ll 1$ und Approximationsfehler ist kleiner als δ .

Algorithmus:

DP(Q, δ)

$Q' = ((x_1, t_1), (x_p, t_p))$

FOR ALL (x_i, t_i) in Q

IF $Error(x_i, Q') > \delta$ THEN

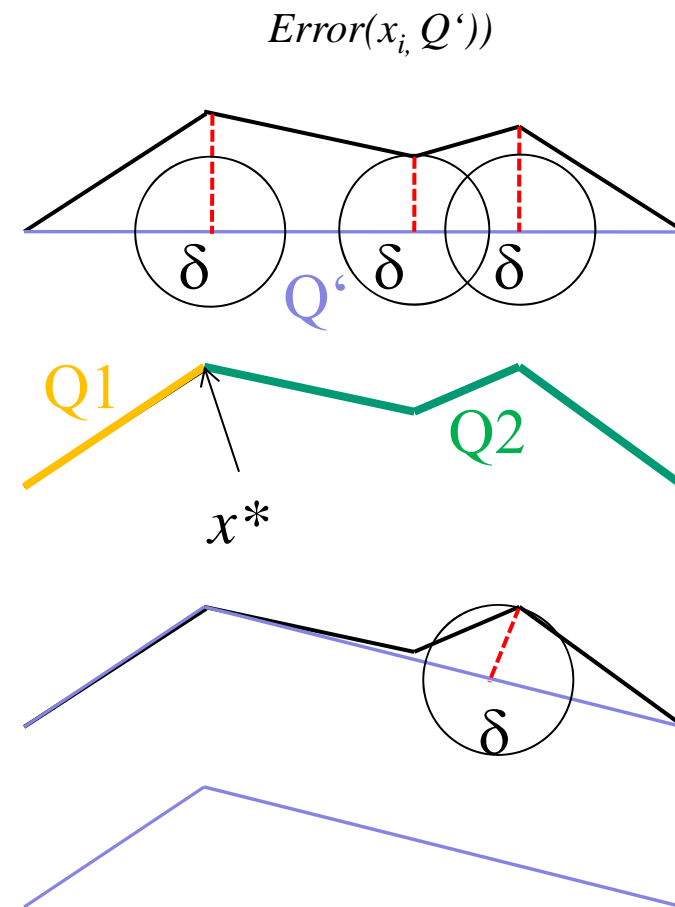
bestimme x^* mit $\max(Error(x_i, Q'))$

$(Q1, Q2) = split(Q, x^*)$

RETURN $DP(Q1, \delta) \circ DP(Q2, \delta)$

ENDFOR

RETURN Q'



Kompression mit Geschwindigkeit und Richtung

- Betrachte letzte 2 Wegpunkte q_{i-2}, q_{i-1} und berechne Bewegungsrichtung

$$d_i = \frac{q_{i-2} - q_{i-1}}{\|q_{i-2} - q_{i-1}\|} \quad \text{und Geschwindigkeit} \quad v_i = \frac{\|q_{i-2} - q_{i-1}\|}{t_{i-2} - t_{i-1}}$$

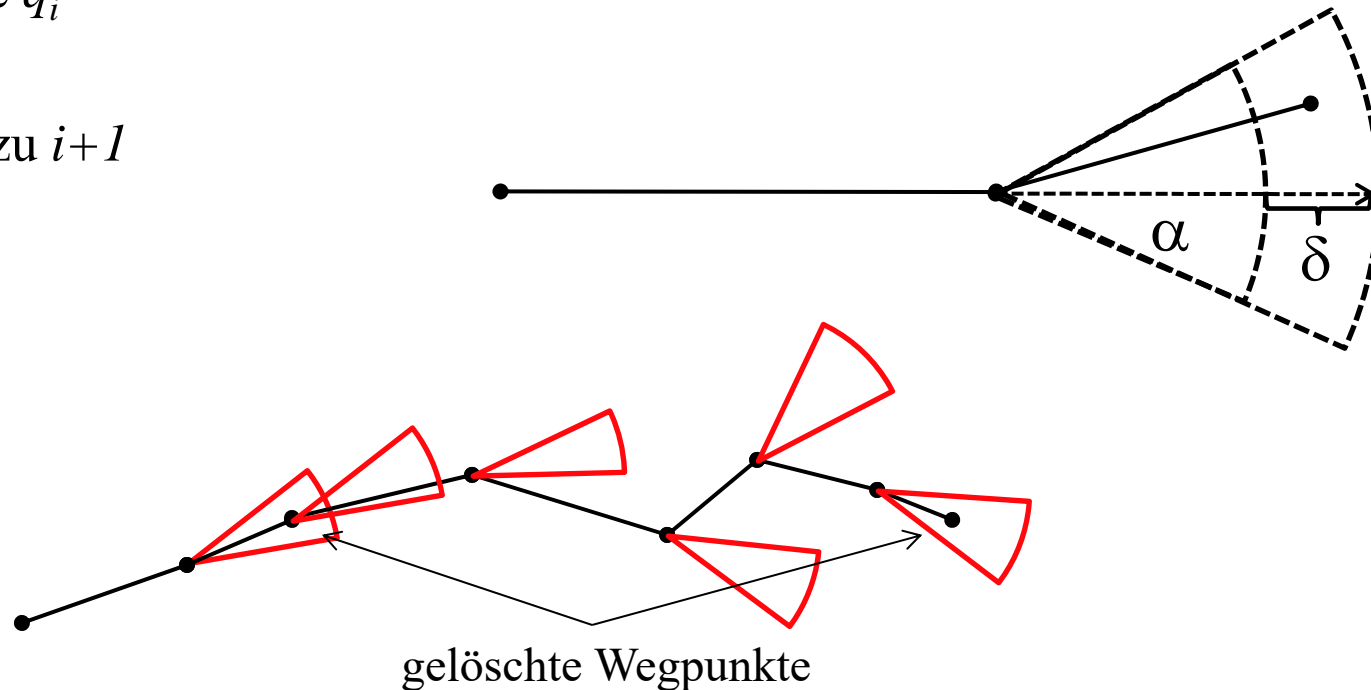
- Extrapoliere den nächsten Wegpunkt $q_{i-1} + d_i v_i (t_{i+1} - t_i)$ und teste:

$$\text{Wenn } |v_i(t_i - t_{i-1}) - (q_i - q_{i-1})| \leq \delta \quad \text{und} \quad \frac{\langle d_i, q_i - q_{i-1} \rangle}{\|d_i\| \cdot \|q_i - q_{i-1}\|} \leq \alpha$$

lösche q_i

sonst

gehe zu $i+1$



Mustersuche in Trajektorien

- Trajektorien können wie andere Objekte auch mittels distanzbasiertem Data Mining (z.B. OPTICs) und entsprechenden Distanzmaßen (LCSS) analysiert werden.
- Die resultierenden Muster bestehen aber aus global ähnlichen Trajektorien.
- Viele interessante Muster auf Trajektorien basieren aber nur auf einem verhältnismäßig kleinen Teil der Trajektorie.
- Interessante Muster haben häufig bestimmte räumliche Nebenbedingungen.

=> Spezielle Mustersuche für Trajektorien

Kontinuierliche Flocks

Idee: Finde Objekte die für eine gewisse Zeit einen gemeinsamen Weg hatten.

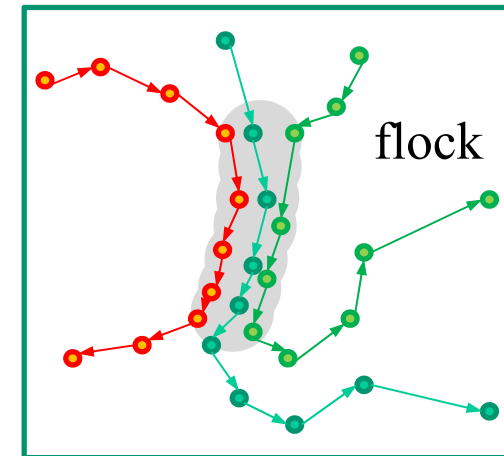
Beispiel: Subteams in Spielen, Convoys, Verbände, ...

Definition: *Kontinuierlicher (m,k,r) -Flock*

Sei DB eine Menge von Trajektorien der Länge l , ein Flock im Zeitintervall $I=[t_i, t_j]$ mit $j-i+1 \geq k$ besteht aus mindestens m Objekten, so dass es für jeden Zeitpunkt in I eine Scheibe mit Radius r gibt, die alle m Objekte umschließt.

Bemerkung: Berechnung des Flocks mit der längsten Dauer und Berechnung des Flocks mit dem größten Subset sind NP-harte Probleme.

=> Lösungen sind aufwändig oder nur approximativ



Flocks mit diskreter Zeit

Definition: *Diskreter (m,k,r) -Flock*

Sei DB eine Menge von Trajektorien der Länge l , ein Flock im $I=[t_i, t_j]$ mit $j-i+1 \geq k$ besteht aus mindestens m Objekten, so dass es für jeden diskreten Zeitpunkt t_l mit $i \leq l \leq j$ eine Scheibe mit Radius r existiert, die alle m Objekte umschließt.

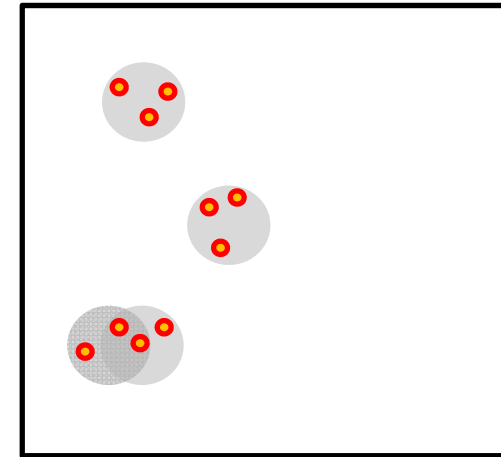
- **Lemma:** Wenn sich die Objekte mit konstanter Geschwindigkeit und auf einer direkten Linie zwischen den Wegpunkten bewegen, sind diskrete und kontinuierliche Flocks äquivalent.
- **Vorteil:** Man kann aus dem kontinuierlichen Problem ein diskretes machen.
Aber: Die Komplexität bleibt und steckt in der Kombinatorik der möglichen Teilmengen. Mögliche Anzahl von Flocks mit m Elementen:

$$\binom{|DB|}{m} \cdot (l - k + 1)$$

Suche nach Flocks

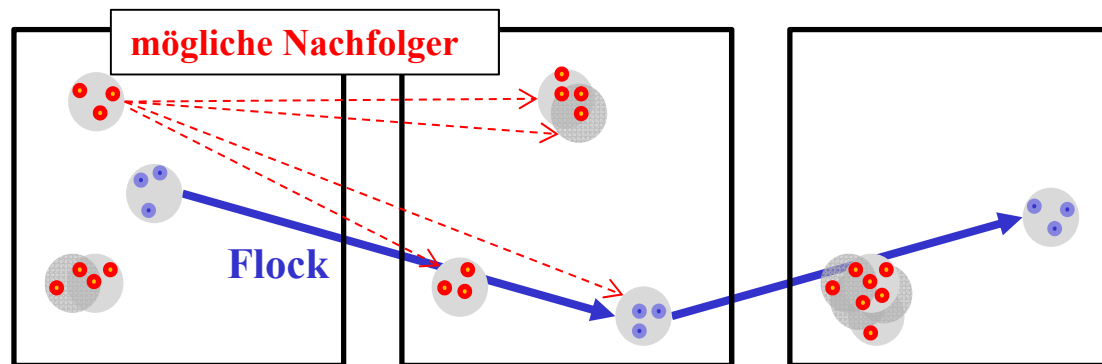
Vorgehen umfasst 2 Teilaufgaben:

1. Finde alle Scheiben mit Radius r , die mindestens m Punkte zum Zeitpunkt t_i enthalten.
=> Sequenz aus Teilmengen von DB
=> Eine Trajektorie kann auch in mehreren Teilmengen enthalten ein.



2. Finde Sequenz $(S(t_i), \dots, S(t_j))$ von Scheiben $S(t_l)$ für die Zeitpunkte t_l mit $i \leq l \leq j$ für die gilt:

$$\left| \bigcap_{i \leq l \leq j} S(t_l) \right| \geq m$$



Finden aller Scheiben zum Zeitpunkt t

Disks(t_i)

Generiere Grid-Index I über DB_i

FOR ALL non-empty cells $gx \in I$ **DO**

$Pr = gx$

$Ps = NeighborCells(gx)$

IF $|Ps| \geq m$ **THEN**

FOR EACH $pr \in Pr$ **DO**

$H = Range(pr, 2r)$

FOR each $pj \in H$ **DO**

IF not computed $\{pr, pj\}$ **THEN**

compute disks $\{c1, c2\}$ from $\{pr, pj\}$

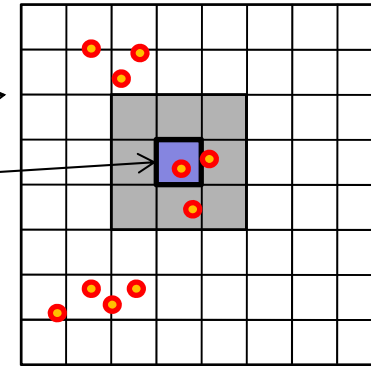
FOR EACH disk $ck \in \{c1, c2\}$ **DO**

$c = ck \cap H$

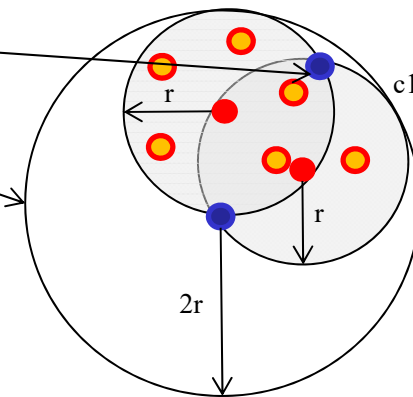
IF $|c| \geq m$ **THEN**

$C.add(c)$

RETURN C



$c2$



Finden von (m,k,r)-Flocks

Continuous Refinement Evaluation (CRE)

CRE(DB,k)

FOR EACH point in time t_i **DO**

L: Trajectories in time interval t_{i-k} to t_i

$C^1 = \text{Disks}(L[t_{i-k}])$ // alle Scheiben an denen Trajektorien aus L zu t_{i-k} beteiligt sind

$F = \{\}$ // Ergebnis

FOR EACH $c1 \in C^1$ **DO** // Für jede Startscheibe

$L'[1] = \text{trajectories in } c1$

$F^1 = c1, F^t = \{\}$

FOR $t = 2$ to k **DO** // Für die nächsten k-1 Zeitpunkte

$C^t = \text{Disks}(L'[t])$

$F^t = \{\}$

FOR EACH $c \in C^t$ **DO** // Für alle Scheiben zum Zeitpunkt t

FOR EACH $f \in F^{t-1}$ **DO** // Für alle bisher gültigen Flocks

IF $|c \cap f| \geq m$ **THEN**

$F^t = F^t \cup \{c \cap f\}$ // Erweitern des Flocks um einen Zeitpunkt

IF $|F^t| = 0$ **THEN**

BREAK

$F = F \cup F^t$

RETURN F

Meets (Encounter)

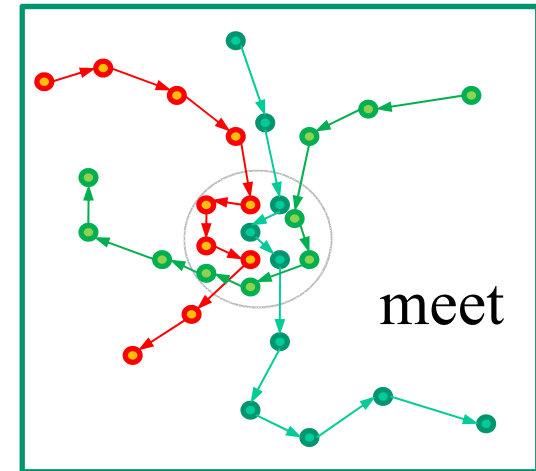
Idee: Finde Objekte, die sich für eine gewisse Zeit zusammen an einem Ort aufhalten.

Beispiel: Encounter, Kämpfe.

Definition: (m,k,r) -Meet

Sei DB eine Menge von Trajektorien der Länge l , ein Meet im Zeitintervall $I=[t_i, t_j]$ mit $j-i+1 \geq k$ besteht aus mindestens m Objekten, so dass für jeden Zeitpunkt in I alle m Objekte in einer Scheibe mit Radius r und Mittelpunkt M liegen.

Bemerkung: Die Berechnung von Meets ist einfacher als die Berechnung von Flocks, da bei 2 aufeinanderfolgenden Zeitpunkten nur die Positionen der Scheiben aber nicht deren Trajektorien untersucht werden müssen.



Encounter Detection

Idea: To find out where a team succeeded /failed and find the decisive moments in a game.

- In Dota2 defeating enemy heroes grants the biggest advantage in gold/XP
- Find situations where this was possible or succeeded
- => Encounters

Encounter characteristics

- Encounters represent only a portion of the game
- Encounters can happen simultaneously
- Often only sub teams are involved in encounters

Defining Encounters

Idea: Fights happen when opponents can influence each other.

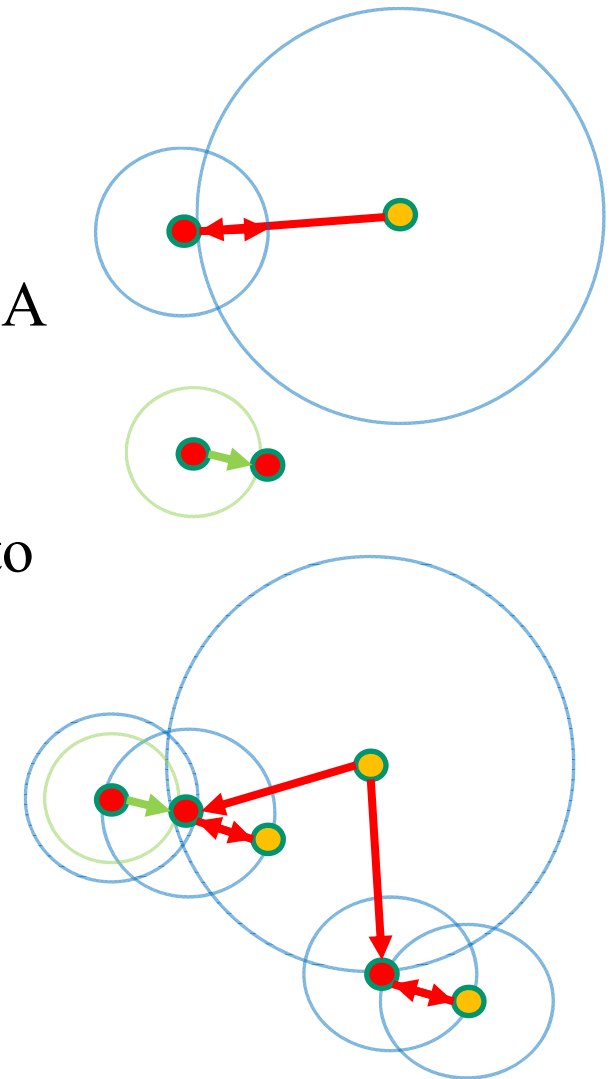
- opponents have to be in fighting range
- each hero unit might have an individual attack range
- heroes can support (e.g. heal) a friendly unit

Which kind of information is necessary?

- Spatial position and unit type for each controlled hero unit
- Attack and support ranges for all units types

Encounter Situations

- **Combat link:** 2 hero units from different teams A and B. Either A can attack B or vice versa
- **Support link:** 2 hero units from the same team A and B. Either A can support B or vice versa
- Each hero type has individual **attack and support ranges** (Ranges are mean values plus to standard deviations)
- **Component Graph:** Connected Graph build by Combat/support Links



Encounter Situations

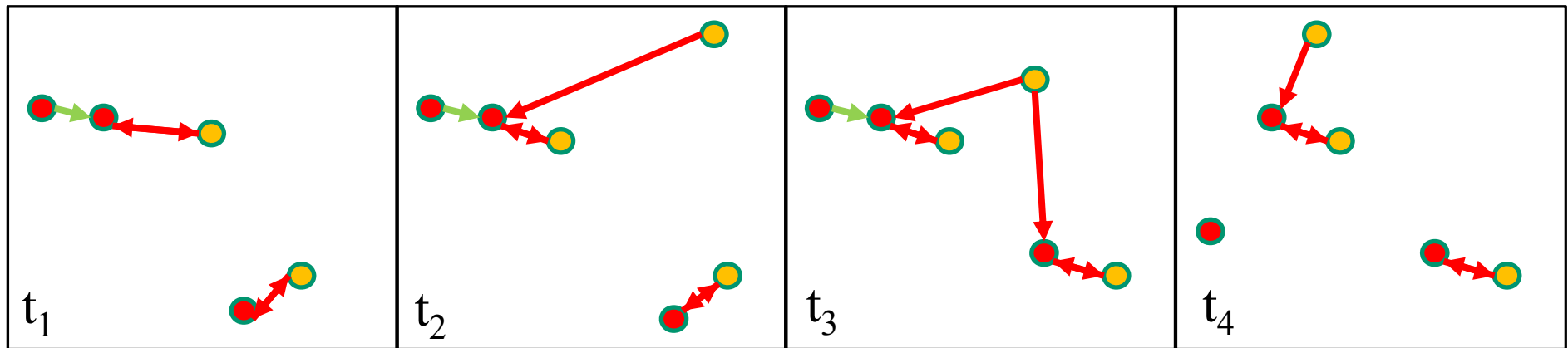
Formally...

Definition: Combat Component

- *units U and the union $E_d = CL \cup SL$ of combat links CL and support links SL between the units in U .*
- $E_u = \{(u_i, u_j) \mid (u_i, u_j) \in E_d \vee (u_j, u_i) \in E_d\}$
- Situation graph $G(U, E_u)$.
- Combat component C : Connected subgraph $G(\bar{U}, \bar{E})$ of $G(U, E_u)$ where $\bar{U} \subseteq U, \bar{E} \subseteq \bar{U} \times \bar{U}$ and $\forall u_1, u_l \in \bar{U}: \exists (u_1, u_2, \dots, u_l)$ where $i \in \{1, \dots, l\}: (u_i, u_{i+1}) \in \bar{E}$ and $\exists u_i, u_j \in \bar{U}: u_1.team \neq u_2.team$.

Defining Encounters

- Component Graphs describe an Encounter at tick t
- An encounter usually lasts multiple consecutive ticks
- Hero Units can join encounters
- Hero Units might be defeated or leave
- Encounters can split
- Encounters can join



Defining Encounters

Formally...

Definition: Successor

Given a set of components $CS_t = \{ C_{1,t}, \dots, C_{l,t} \}$ describing encounter E at tick t . Let τ be a timeout threshold. A component $C_{t+\Delta t}$ is a successor of CS_t denoted as $CS_t \rightarrow C_{t+\Delta t}$ if the following conditions hold:

- $\Delta t \leq \tau$
- $\exists u_1, u_2 \in C_{t+\Delta t} : \exists C_{i,t} \in CS_t : u_1 \in C_{i,t} \wedge C_{j,t} \in CS_t : u_2 \in C_{j,t} \wedge u_1.team \neq u_2.team$

Defining Encounters

Formally....

Definition: Encounter

An encounter is a sequence (CS_0, \dots, CS_l) of lists of components CS_i where the following condition holds: $\forall C_{i,t} \in CS_t: CS_{t-1} \rightarrow C_{i,t}$ with $t \in \{1, \dots, l\}$.

Encounter Detection

What is the input data ?

- hero type (combat range, support range), team
- time series of position updates (one at a time)

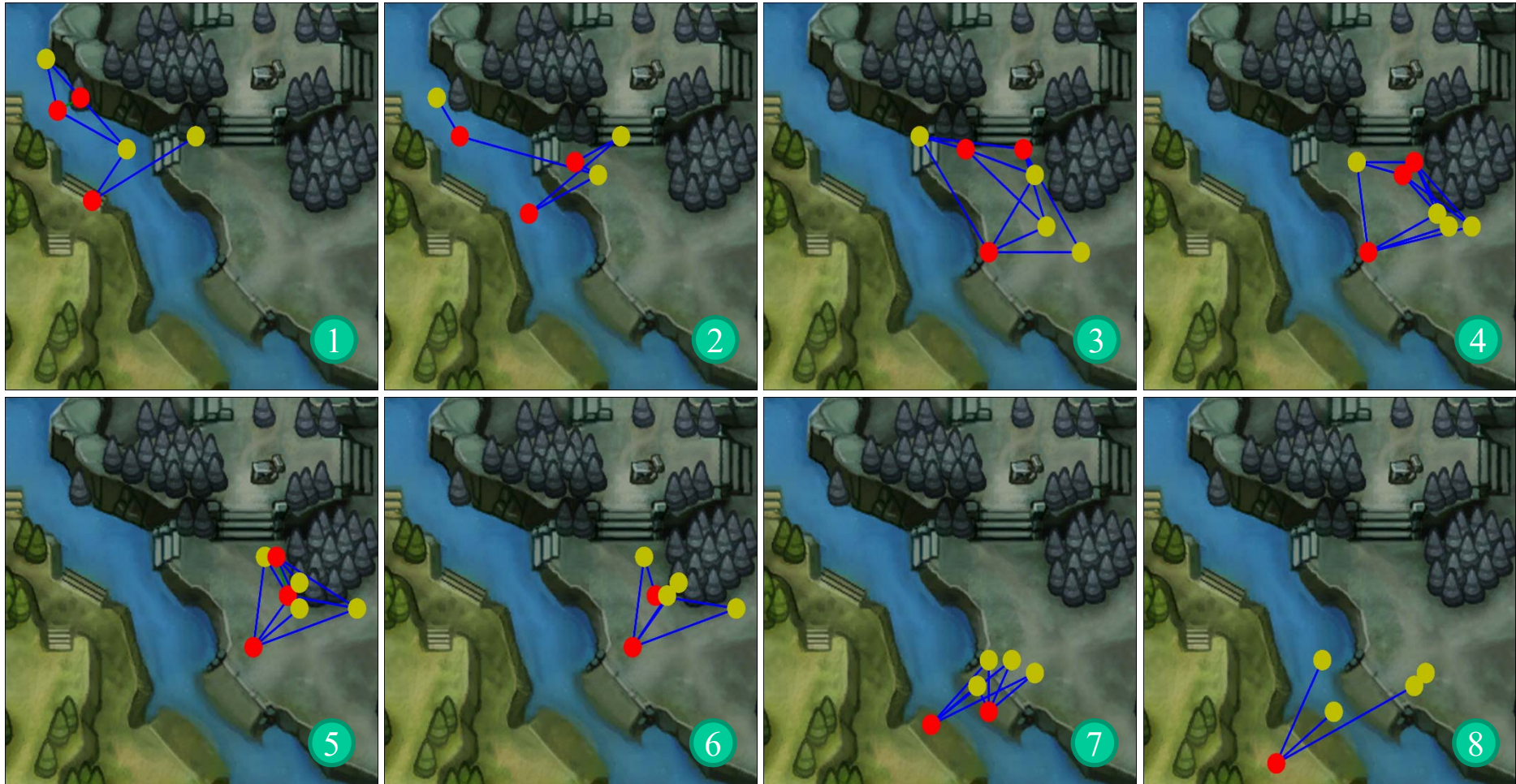
Algorithm:

- Initialize hero information
- Stream over position updates and update distances
- For each player movement process the impact to the current component graphs
- Keep lists of open encounters
- Move encounters to a closed set if they time out

The Algorithms

```
Encounter Detection (position_stream)  
While position_stream.hasNext():  
    component = build_component(unit,distance_table)  
    If component is combat component:  
        compute predecessors(component, open_encounters)  
        If predecessors.size() == 0:  
            open_encounters.add(new Encounter(component))  
        If predecessors.size() == 1:  
            predecessors.get(1).update(component)  
        If predecessors.size() >1:  
            open_encounters.join(predecessors,component)  
        For encounter in open_encounters:  
            If encounter has timeout:  
                move encounter from open_encounter to closed_encounters  
For encounter in open_encounters:  
    move encounter from open_encounter to closed_encounters  
return closed_encounters
```

An Example Encounter (Detailed View)



Lernziele

- Anwendungen für Spatial Game Analytics
- Heat Maps mit Bin Counting und Kerndichteschätzer
- Tasks im Spatial Data Mining
- Spatial Prediction mit Autoregression
- Spatial Outlier Detection mit POD
- Trajektorien, relative und absolute Trajektorien
- Vergleiche zwischen Trajektorien (LCSS)
- Kompression von Trajektorien
- Mustersuche in Trajektorien
 - Definition von Flocks
 - Berechnung von Flocks
 - Definition von Meets
 - Encounter Detection

Literatur

- Marcos R. Vieira, Petko Bakalov, and Vassilis J. Tsotras. 2009. *On-line discovery of flock patterns in spatio-temporal data*. In *Proc of the 17th ACM SIGSPATIAL Int. Conf. on Advances in Geographic Information Systems (GIS '09)*. ACM, New York, NY, USA, 286-295.
- Yu Zheng, Xiaofang Zhou: *Computing with Spatial Trajectories*, Springer, 2011.
- Marc Benkert, Joachim Gudmundsson, Florian Hübner, and Thomas Wolle. *Reporting flock patterns*. *Comput. Geom. Theory Appl.* 41, 3 (November 2008), 111-125.
- Anders Drachen, Alessandro Canossa : **Evaluating Motion: Spatial User Behavior in Virtual Environments** *International Journal of Arts and Technology*, 4(3): 1--21, 2011.
- H.K. Pao, K.T. Chen, H.C. Chang: **Game Bot Detection via Avatar Trajectory Analysis** *Computational Intelligence and AI in Games*, *IEEE Transactions on*, 2(3): 162--175, 2010.
- Jehn-Ruey Jiang, Ching-Chuan Huang, Chung-Hsien Tsai: **Avatar Path Clustering in Networked Virtual Environments** In *Proceedings of the 2010 IEEE 16th International Conference on Parallel and Distributed Systems*, 2010.
- C. Thureau, C. Bauckhage, G. Sagerer: **Learning human-like movement behavior for computer games**, In *From animals to animats 8: Proceedings of the 8th International Conference on Simulation of Adaptive Behavior*, 2004.
- Yufeng Kou, Chang-Tien Lu, Raimundo F. Dos Santos: *Spatial Outlier Detection: A Graph-Based Approach*, 19th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence , pp. 281-288, Vol.1 (ICTAI 2007), 2007.
- Shekhar, Shashi and Schrater, Paul and Vatsavai, Ranga Raju and Wu, Wei Li and Chawla, Sanjay. **Spatial Contextual Classification and Prediction Models for Mining Geospatial Data**. *IEEE Transactions on Multimedia*. 4(2):174-188, 2002.