# Kapitel 3
# Ähnlichkeitssuche auf räumlichen Objekten

Skript zur Vorlesung: Spatial, Temporal, and Multimedia Databases
Sommersemester 2014, LMU München





## Übersicht

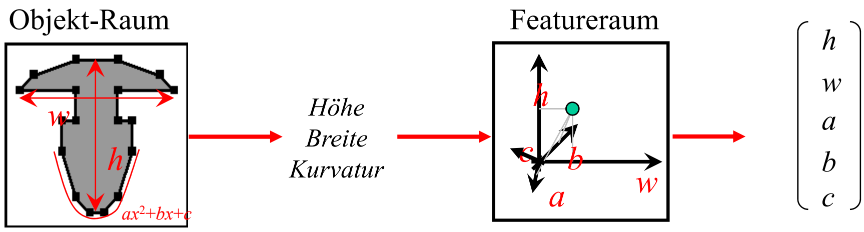
3 Ähnlichkeitssuche auf räumlichen Objekten

3.1 Invarianten

3.2 Räumliche Features

# 3.1 Invarianten

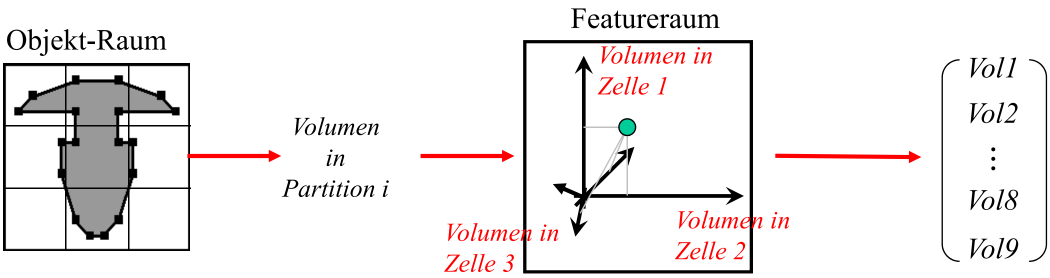
– Feature Transformation für räumliche Objekte
  - Ziel: „gute" Beschreibung der realen Objekte als Featurevektoren (metrisch oder besser: Euklidisch)
    – Ähnlichkeit im Objektraum ≈ Ähnlichkeit im Featureraum
    – D.h. Merkmale sollten „sinnvoll" / „aussagekräftig" sein
  - Möglichkeit 1:
    – Extrahiere Merkmale für das gesamte Objekt





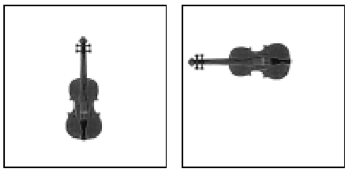


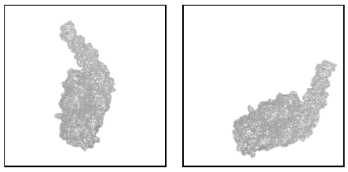

- Möglichkeit 2:
  – Partitioniere Objektraum
    » **Objekt-spezifische Partitionierung:** das Objekt wird zerlegt, unabhängig davon, wie es im Datenraum liegt
    » **Datenraum-spezifische Partitionierung:** der Datenraum wird zerlegt, unabhängig davon, wie das Objekt darin liegt
  – Extrahiere Merkmale aus einzelnen Partitionen
    » Z.B. Volumen des Objekts in jeder Partition



## – Invarianzen

- Gleichheit (oder Ähnlichkeit) von Formen unabhängig von Lage und Orientierung im Raum
- Beispiele gleicher Formen im 2D und im 3D:





- Meist erwünscht (je nach Anwendung):
  - Kanonische Darstellung, d.h. ohne Lage- und Orientierungsinformation
  - Verallgemeinerung auf andere Objekteigenschaften
- Formal
  - Sei $F$ : **OBJ** $\rightarrow$ **DOM** eine Featuretransformation und $F(O) \in$ **DOM** die Featurerepräsentation von $O \in$ **OBJ** im Featureraum
  - Sei $K$ eine Klasse von Transformationen auf **OBJ**
  - $F$ ist invariant gegenüber $K$, wenn für alle $T \in K$ *und* $O \in$ **OBJ** gilt:

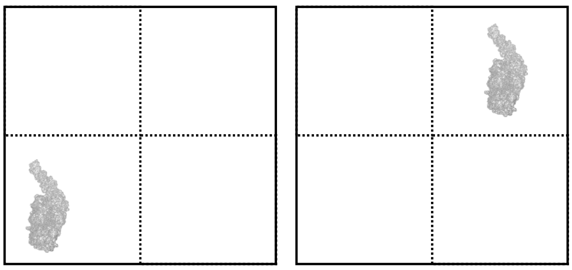
$$F(T(O)) = F(O)$$





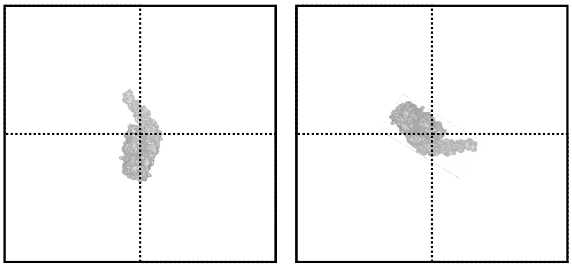
## – Die wichtigsten Invarianzen

- Translation

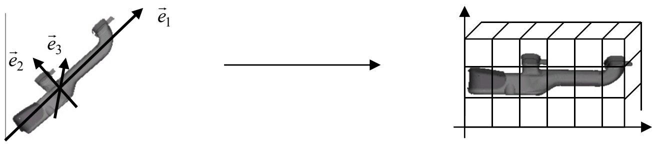


  - Falls Ähnlichkeitsmodelle NICHT translationsinvariant
    » Verschiebung des Schwerpunkts eines Objektes in den Ursprung bevor die Featuretransformation berechnet wird

- Rotation



– In manchen Anwendungen reicht Invarianz bzgl. gewisser Rotationswinkel
  » CAD: Konstrukteure speichern Objekte meist in „vernünftiger“ Lage; dann reicht 90-Grad-Rotationsinvarianz
– Falls Ähnlichkeitsmodelle NICHT rotationsinvariant
  » ***Hauptachsentransformation***: Drehung der Objekte, so dass die Hauptachsen auf den Koordinatenachsen liegen.

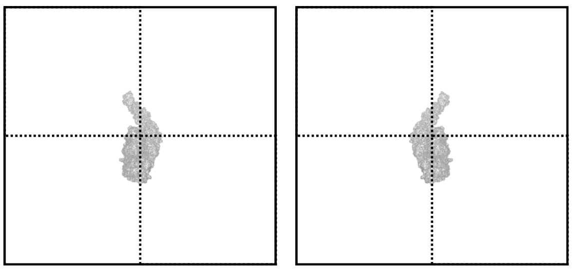



  » ***Implizite Permutation***: Berechne alle möglichen Drehungen der Objekte (z.B. alle 90-Grad Drehungen) vorab oder zur Laufzeit



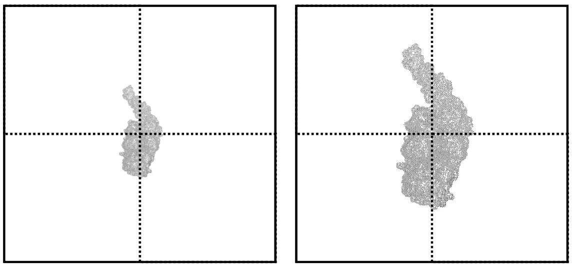


- Spiegelung (Reflexion)

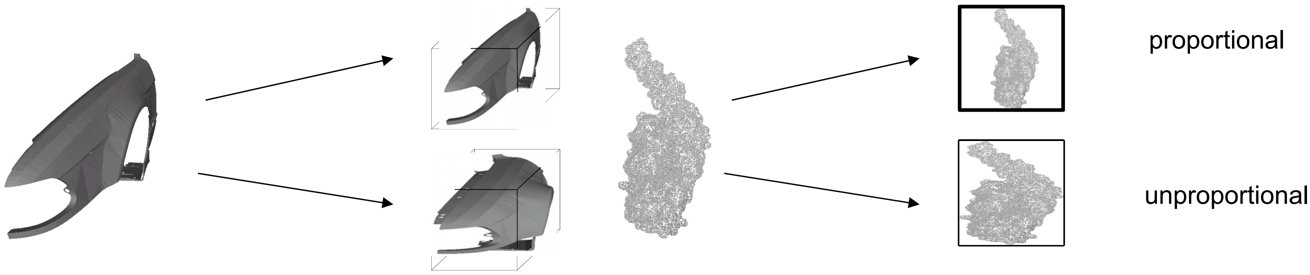


– Falls Ähnlichkeitsmodelle NICHT reflexionsinvariant
  » ***Implizite Permutation***: Berechne alle möglichen Spiegelungen der Objekte (z.B. bzgl. aller räumlichen Achsen) vorab oder zur Laufzeit

- Skalierung



  - Die meisten Ähnlichkeitsmodelle sind NICHT skalierungsinvariant
  - Skalierungsinvarianz wird meist durch Größen-Normierung des Objektraums
    - » Proportional: globale Skalierung
    - » Unproportional: separat entlang jeder räumlichen Achse








– Die wichtigsten geometrischen Transformationen

- Frage: Wie können Objekte transformiert werden?
- Lösung (siehe auch: Graphische Datenverarbeitung):
  - Darstellung der einzelnen Transformationen Translation, Spiegelung, Rotation, Skalierung als Abbildung
  - Wende die Abbildung auf alle Teile eines räumlichen Objekts an (Pixel, Voxel, (Oberflächen-)Punkte, etc.)
- Formal:
  - Sei T $\in$ {Translation, Reflexion, Skalierung, Rotation}
  - Sei obj $\in$ OBJ gegeben als Menge von Punkten (z.B. Mittelpunkte der Voxel oder Oberflächensegmente, etc.)

    d.h. obj = {x | x ist k-dimensionaler Punkt)
  - T(obj) = obj‘ := {T(x) | x $\in$ obj}

- Basis-Transformationen im 2D
  - transformiere 2D Punkt $p = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ in $p' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$
  - Translation $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + dx \\ y + dy \end{bmatrix}$
  - Skalierung $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot s_x \\ y \cdot s_y \end{bmatrix}$
  - Rotation $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot \cos\varphi - y \cdot \sin\varphi \\ x \cdot \sin\varphi + y \cdot \cos\varphi \end{bmatrix}$
  - Spiegelung (x-Achse) $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}$





- Problem:
  - Häufig hat man eine Folge aufeinanderfolgender Transformationen
  - Anstatt jede einzelne Transformation auf jeden Punkt eines Objekts anzuwenden, fasse alle Transformation zu einer Transformationsmatrix zusammen.
  - Aber: Translation ist keine Matrixmultiplikation und lässt sich nicht zu einer einzigen Matrix zusammenfassen.
- Lösung:
  - Stelle alle Abbildungen als Matrix-Multiplikation dar
  - Dazu: 3D -Repräsentation der 2D Punkte („homogene Koordinaten“)
  - Stelle $p = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ als 3D Vektor $\hat{p} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ w \end{bmatrix}$ dar
  - Kartesische Koordinaten Punktes *p* ergeben sich aus den homogenen Koordinaten: *x* = *X/w* und *y* = *Y/w*
  - Homogenisierung: $\begin{bmatrix} X \\ Y \\ w \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} X/w \\ Y/w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$

– Translation

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & dx \\ 0 & 1 & dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+dx \\ y+dy \\ 1 \end{bmatrix}$$

– Skalierung

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot s_x \\ y \cdot s_y \\ 1 \end{bmatrix}$$

– Rotation

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot \cos\varphi - y \cdot \sin\varphi \\ x \cdot \sin\varphi + y \cdot \cos\varphi \\ 1 \end{bmatrix}$$

– Spiegelung (x-Achse)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$





- Matrizen der wichtigsten Basis-Transformationen im 3D (homogenisiert => 4D Matrizen)

Translation

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Skalierung

$$\begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Spiegelung (x-Achse)

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

90-Grad Rotation um x-Achse

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

90-Grad Rotation um y-Achse

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

90-Grad Rotation um z-Achse

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

– Übersicht
  - Große Anzahl an Ähnlichkeitsmodellen für verschiedene Anwendungen und Objektrepräsentationen
    (Pixel/Voxel, Polygone, Triangulierte Oberflächen, Oberflächenpunkte, etc.)
  - Beispiele [Iyer, Lou, Jayanti, Kalyanaraman, Ramani. Computer Aided Design, 37(5), 2005]
    – Geometrisches Hashing
    – Algebraische Moment-Invarianten
    – Iterative Closest Points (ICP)
    – Partialle Ähnlichkeitssuche mit Fourier-Transformation
    – Angular Profile, LWL-Codierung (Länge-Winkel-Länge)
    – Section Coding
    – Spherical Harmonics
    – etc.
  - Im folgenden: kleine Auswahl



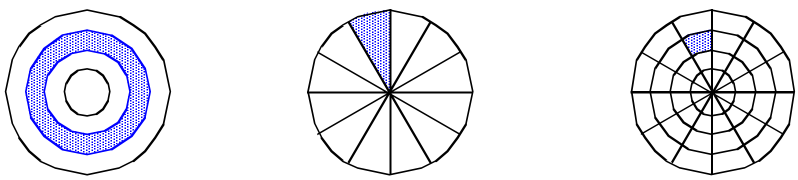


## *3.2.1 Formhistogramme für 2D und 3D Objekte*

[Ankerst, Kastenmüller, Kriegel, Seidl. Proc. Int. Symp. Large Spatial Databases (SSD), 1999]

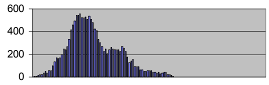
– Anwendung:
  - Objekte sind Mengen von Oberflächenpunkten
  - CAD-Bausteine, Moleküle, etc.

– Grundidee: Formhistogramme
  - Partitioniere den Objektraum (2D/3D)
  - Bestimme Anzahl von Oberflächenpunkten des Objekts pro Zelle (normiertes Histogramm; unabhängig von Punktdichte)
  - Verschiedene Raumpartitionierungen

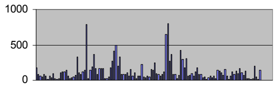


Schalenmodell Sektorenmodell Kombiniertes Modell

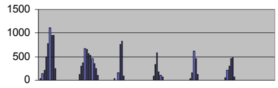
- Beispiel: Protein-Oberfläche




Schalenmodell
(120 Schalen)




Sektorenmodell
(122 Sektoren)



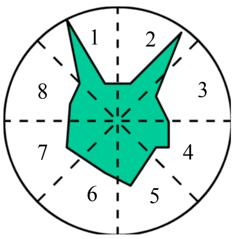

Kombiniertes Modell
(20 Schalen, 6 Sektoren)

- Histogramm-Definition modell-spezifisch
  - Schalenmodell: Definiere die Bins über den Abstand zum Mittelpunkt, d.h. Anzahl der Punkte auf der jeweiligen Schale.
  - Sektorenmodell: Anzahl der Punkte im jeweiligen Sektor.
  - Kombiniertes Modell: Synthese aus Schalen- und Sektorenmodell
- Invarianzen
  - Rotationsinvarianz beim Schalenmodell
  - Skalierungsinvarianz beim Sektorenmodell

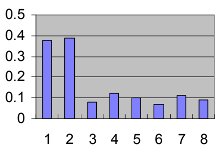


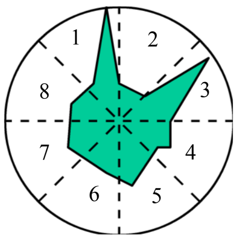


- Problem mit der euklidische Distanz auf Histogrammen

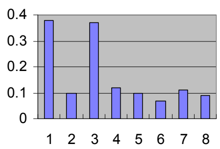


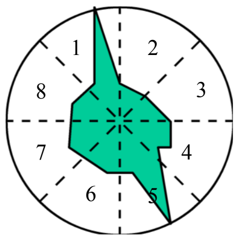

Objekt A



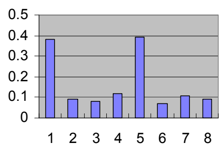




Objekt B



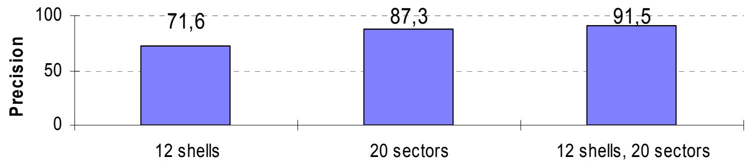

Objekt C



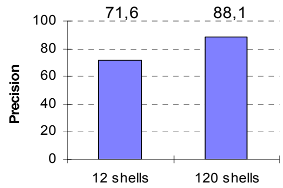

  - Objekt C ist genauso ähnlich zu Objekt A wie Objekt B zu Objekt A
  - Lage der Histogramm-Bins wird nicht berücksichtigt
- Lösung:
  - Quadratische Formdistanz als Distanzfunktion verwenden

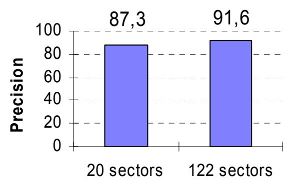
$$dist(p,q) = \sqrt{(p-q)\cdot A \cdot (p-q)^{\mathrm{T}}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{d}\sum_{j=1}^{d} a_{i,j}(p_i - q_i)(p_j - q_j)}$$

  - Ähnlichkeitsmatrix $A = [a_{i,j}]$ enthält die Ähnlichkeit von Einträgen in den Zellen $i$ und $j$ der Raumpartitionierung
  - Eintrag $a_{i,j}$ aus Abstand $d_{i,j}$ der Zellen i,j berechnen: $a_{i,j} = e^{-\sigma(d_{i,j}/d_{\max})^2}$
  - Verwende z.B. Euklidische Distanz als Abstand $d_{i,j}$
- Experimentelle Untersuchung zur Wahl der Partitionierung
  - Datenbank mit Protein-Molekülen, K-NN (k=1) Anfragen mit jedem einzelnen Protein, Precision als Gütemaß




- Experimentelle Untersuchung: Granularität der Partitionierung





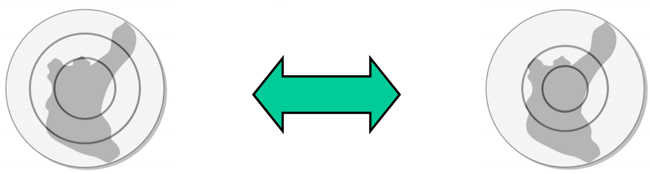



## *3.2.2 Erweiterungen der Formhistogramme*

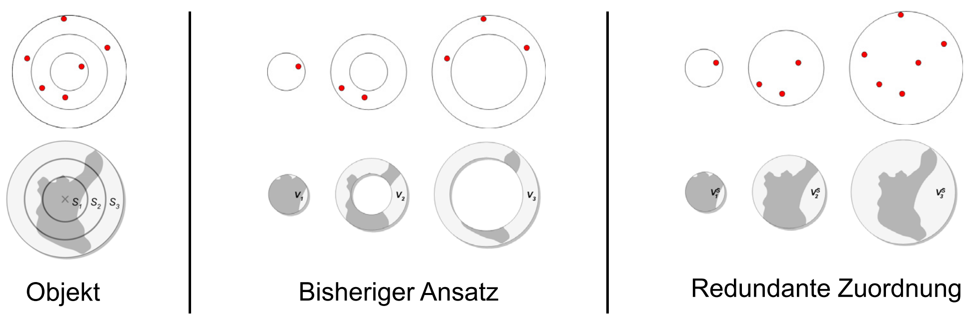
– Verbesserung der Formhistogramme

[Aßfalg, Kriegel, Kröger, Pötke. Proc. Int. Symp. on Spatial and Temporal Databases (SSTD), 2005]

- Proportionale Aufteilung



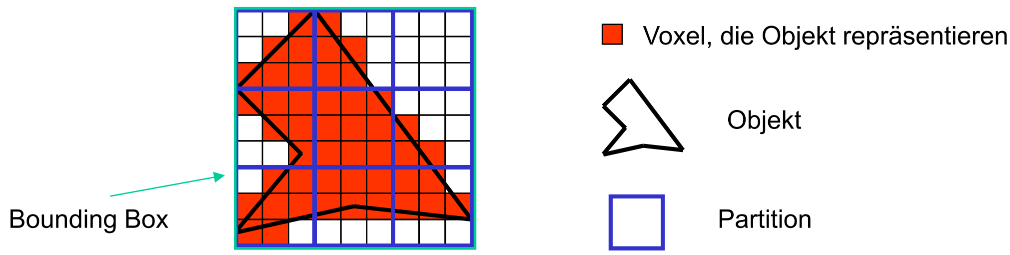
- Redundante Zuordnung zu den Bins



## – Erweiterung für Voxelisierte Objekte

[Kriegel, Kröger, Mashael, Pfeifle, Pötke, Seidl. Proc. Int. Conf. Database Systems for Advanced Applications (DASFAA), 2003]

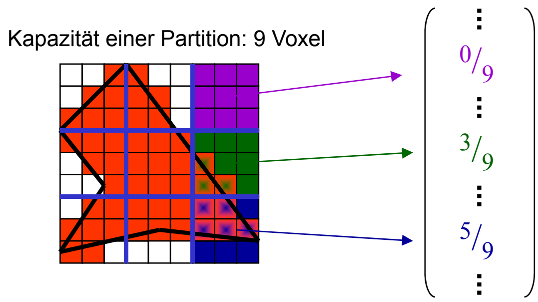
- Partitionierung
  - Kugelförmige Partitionierung ist bei Voxelmengen nicht sinnvoll
    - » Voxel können auf Schnittfläche zwei oder mehr Partitionen liegen
    - » Zu welchen Partitionen sollen diese Voxel hinzugezählt werden?
    - » Sollen Voxel zu in mehreren Partitionen hinzu gezählt werden?
  - Daher: würfelförmige Partitionierung der Bounding Box eines Objekts
    - » Jedes Voxel liegt in genau einer Zelle
    - » ACHTUNG: Partitionierung nicht mehr rotationsinvariant







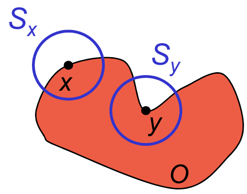

- Räumliche Features
  - Volumen Modell (ursprünglicher Ansatz)
    - » Anzahl der Objekt-Voxel pro Partition
    - » Normiert mit der Kapazität einer Partition (# aller Voxel pro Zelle)




  - Bewertung:
    - » Einfaches Modell
    - » Erweiterung: extrahiere andere Features, die die Form des Objekts innerhalb der Zellen beschreibt („Shape Descriptor“):
      Solid Angle Wert: beschreibt die Konvekität/Konkavität
      Eigenwerte der Hauptachsen: beschreiben die Varianz entlang der Hauptachsen (Objektausrichtung)

– Solid Angle Modell
  - » Voxelisierte Referenzsphäre $S_c$ um Zentrums-Voxel $c$
  - » Berechen für jedes Oberflächen-Voxel $v$ von Objekt *o* den SA-Wert:

$$SA(v) = \frac{|S_v \cap V^o|}{|S_v|}$$



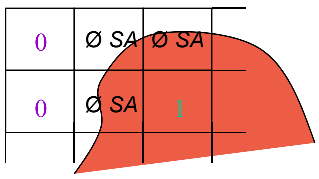

$V^o$ = Voxelmenge, die Objekt *o* repräsentiert

  - » Berechne für jede Zelle *z* ein Feature *f(z)*:

*f(z)* = 0 falls *z* keine Objekt-Voxel enthält

*f(z)* = 1 falls *z* nur Voxel aus dem Inneren des Objekts enthält

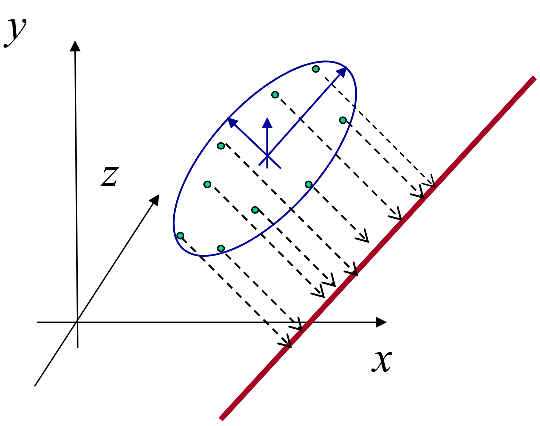
*f(z)* = $\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} SA(v_j)$ falls *z* $m$ Oberflächen-Voxel $v_i$ des Objekts enthält (durchschnittlicher SA-Wert aller Oberflächenvoxel in *z*)



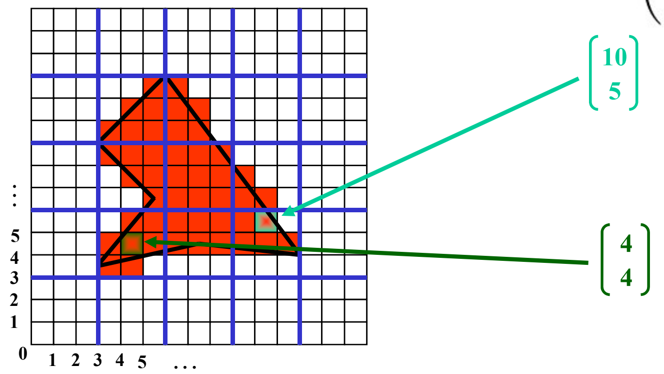





– Eigenwert Modell
  - » Hauptachsenanalyse (PCA)
  - » Eigenvektoren und Eigenwerte spannen das minimal umgebende Ellipsoid einer Punktmenge auf
  - » Eigenvektoren repräsentieren die Hauptachsen (Hautausdehnungen) der Punktmenge; stehen senkrecht aufeinander
  - » Eigenwerte modellieren die Streuung der Punktmenge entlang dieser Hauptachsen
  - » Extrahiere diese Streuung der Voxelmenge innerhalb einer Zelle als Feature



» Modelliere jedes Voxel $v$ des Objekts $o$ als Vektor $\vec{v}^{\,o} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$




» PCA: Kovarianzmatrix von Voxeln des Objekts o in Zelle i

$$\mathrm{Cov}_i^o = \frac{1}{|V_i^o| - 1} \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{|V_i^o|} x_j^2 & \sum_{j=1}^{|V_i^o|} x_j y_j & \sum_{j=1}^{|V_i^o|} x_j z_j \\ \sum_{j=1}^{|V_i^o|} x_j y_j & \sum_{j=1}^{|V_i^o|} y_j^2 & \sum_{j=1}^{|V_i^o|} y_j z_j \\ \sum_{j=1}^{|V_i^o|} x_j z_j & \sum_{j=1}^{|V_i^o|} y_j z_j & \sum_{j=1}^{|V_i^o|} z_j^2 \end{pmatrix}$$

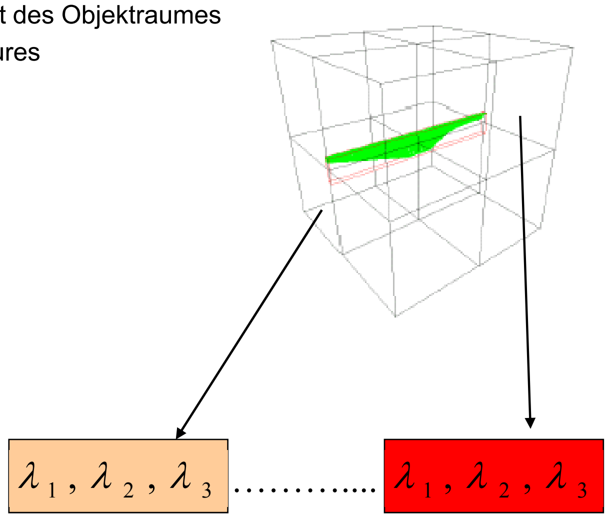
$V_i^{\,o}$ = Voxelmenge in Zelle *i*, die Objekt *o* repräsentiert





» Bestimmung der Eigenwerte $\lambda_1, \ldots, \lambda_d$ der Kovarianzmatrix
» Für 3D Objekte 3 Eigenwerte
» Allgemein: *d* = Dimensionalität des Objektraumes
» Pro Zelle *z*: extrahiere *d* Features

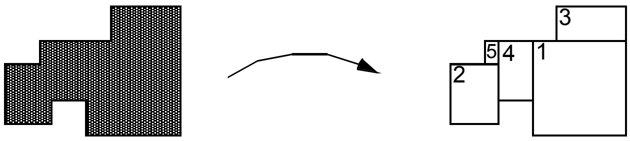
$$f(z) = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_d \end{pmatrix}$$




– Vergleich: Bei *k* Zellen
» Volumen Modell: *d*-dimensionales Objekt entspricht *k*-dimensionalem Vektor
» Solid Angle Modell: *d*-dimensionales Objekt entspricht *k*-dimensionalem Vektor
» Eigenwert Modell: *d*-dimensionales Objekt entspricht ($d \cdot k$)-dimensionalem Vektor

# 3.2.3 Überdeckungsmodell für 2D-Formen

– Idee [Jagadish. Proc. ACM Int. Conf. on Management of Data (SIGMOD) 1991]
  - Ähnlichkeitsmodell für 2D Objekte (leicht erweiterbar auf 3D)
  - Distanzfunktion: Flächeninhalt der symmetrischen Differenz zweier Formen.
  - Hier: Translations- und skalierungsinvariant, nicht jedoch rotationsinvariant.
  - Vorgehen: Repräsentation der Formen durch rechteckige Überdeckungen.
  - Speicherung der Rechtecksflächenmaßzahlen z.B. der Größe nach geordnet.



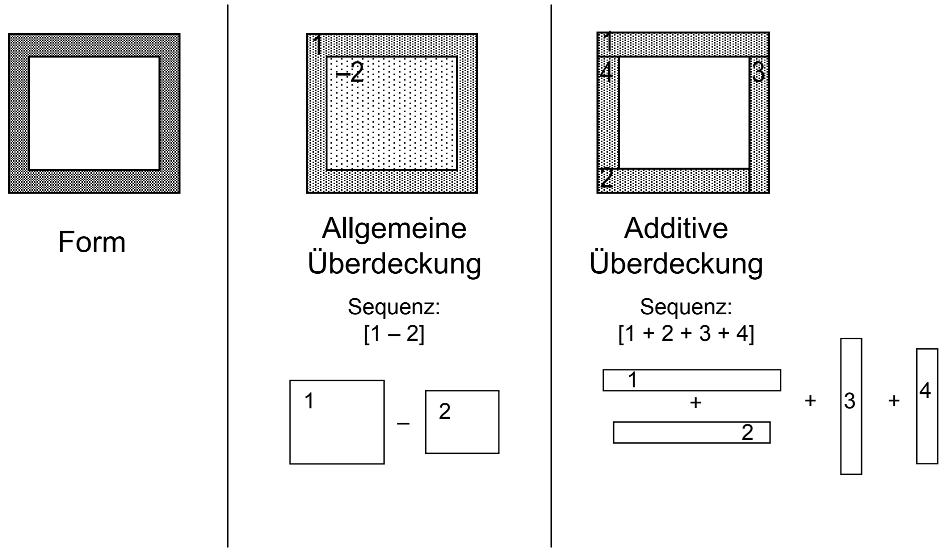





– Objektmodell
  - Formen sind als konturierte Objekte gegeben (d.h. Polygone)
  - Extraktion von Formen aus Grauwertbildern möglich, solange klare Konturen bestimmt werden können (Probleme z.B. bei teilweise verdeckten Objekten)
  - Polygone müssen nicht konvex sein (Einbuchtungen möglich)

– Rechtecksüberdeckung
  - Additive Überdeckung
    Durch eine Folge von Rechtecken $[R_1, R_2, \ldots, R_k]$ ist eine Folge von additiven Überdeckungen $[C_0, C_1, \ldots]$ wie folgt definiert:
    $$C_0 = \emptyset, \quad C_{i+1} = C_i \cup R_{i+1}$$
  - Allgemeine Überdeckung
    Neben dem Hinzufügen von Rechtecksflächen ($\cup$) ist auch das Entfernen von Rechtecksflächen (–) möglich:
    $$C_0 = \emptyset, \quad C_{i+1} = C_i \cup R_{i+1} \quad \text{oder} \quad C_{i+1} = C_i - R_{i+1}$$

- Für endliche Formen *S* konvergieren (additive) Überdeckungs-sequenzen schon im Endlichen, d.h. es gibt ein *K*, so dass $C_K = S$, und wir definieren $C_j = C_K$ für $j \geq K$.
- Überlappungen sind erlaubt, sollen aber möglichst gering ausfallen








- Approximative Rechtecksüberdeckungen
  - Statt *alle* Rechtecke einer Überdeckung nur *wenige* speichern
  - Entfernen kleiner Rechtecke entspricht dem Beseitigen hochfrequenter Fehler wie Schmutzflecken oder Diskretisierungsfehlern (z.B. bei eingescannten Bildern, Voxelisierung, etc.)

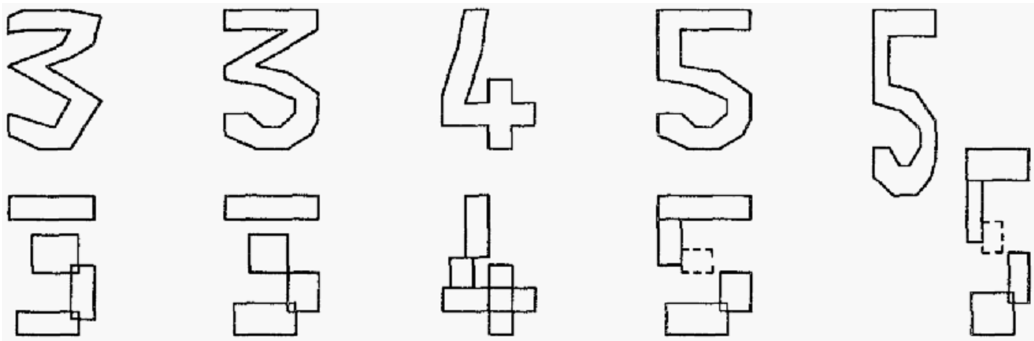
- Approximationsqualität
  - Die ersten Rechtecke einer Überdeckung sollen schon eine möglichst gute Approximation der ursprünglichen Form liefern
  - Kumulatives Fehlerkriterium: Die Approximationsfehler der Überdeckungssequenz $[C_0, C_1, \ldots, S]$ werden sukzessive aufsummiert, die Gesamtsumme zählt:

$$\text{kumulativer Fehler} = \sum_{i=1}^{n} | S - C_i |$$

  - Minimierung der Gesamtsumme:
    => Minimierung der "frühen" Fehler $|S - C_i|$ für kleine *i*, da diese mehrfach gewertet werden

– Beispiel [Jagadish. Proc. ACM Int. Conf. on Management of Data (SIGMOD) 1991]

Formen

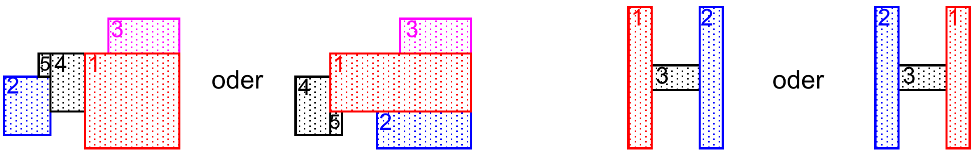


„erste“ Rechtecke der Überdeckungssequenz

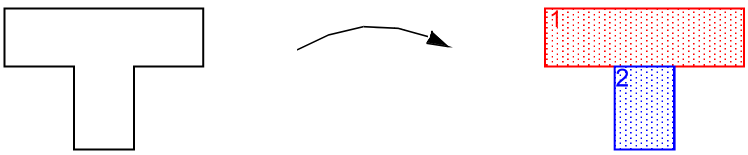




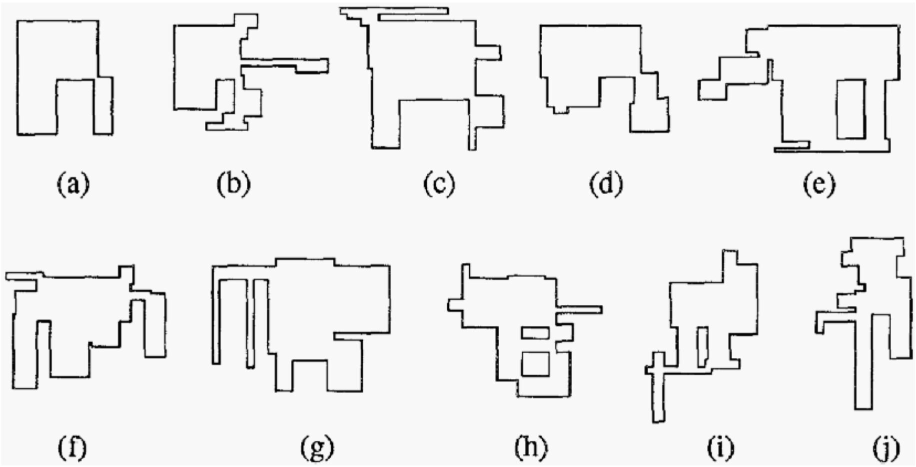
- Probleme der Rechtecksüberdeckung
  - Nicht-eindeutige Repräsentation
    - » Es kann unterschiedliche optimale Zerlegungen eines Objektes geben
    - » Insbesondere bei Symmetrie ist die Reihenfolge der Rechtecke nicht eindeutig
    - » Lösung: Objekt mehrfach speichern oder mehrfache Anfragen für eine Form




  - Rechteckige Formen
    - » Wird eine Form schon durch wenige Rechtecke exakt beschrieben, besteht die Überdeckungssequenz ggf. aus weniger Elementen, als bei anderen Objekten
    - » Lösung: speichere „dummy“ Rechtecke (ohne Ausdehnung)



- Ähnlichkeitsanfragen
  - Testbed
    - » Datenbank: 16.000 synthetische Formen
    - » Form = Zusammensetzung von 10 zufällig erzeugten Rechtecken
    - » Additive Überdeckungen; jeweils die größten drei Rechtecke der Überdeckung in Index abgespeichert
    - » Anfragen: Bereichsanfragen um zufällig ausgewählte Formen der Datenbank
  - Beispiel für das Ergebnis einer Ähnlichkeitsanfrage:
    (a: Anfrageform; b – j: Ergebnisformen)




**Quelle:**
[Jagadish. Proc. ACM Int. Conf. on Management of Data (SIGMOD) 1991]

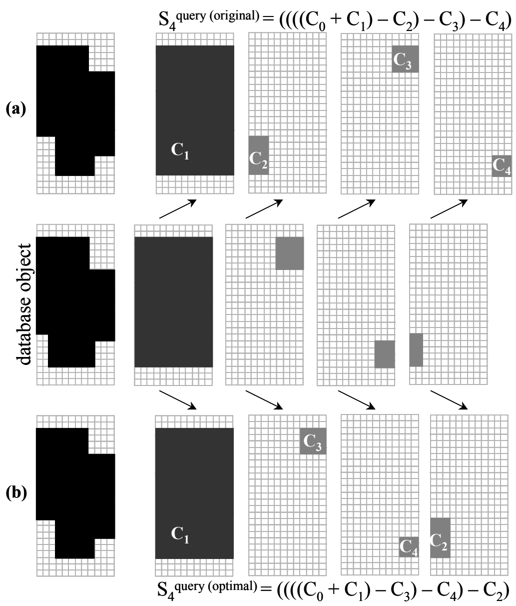




# *3.2.4 Erweiterung des Überdeckungsmodell für 3D-Objekte*

[Kriegel, Brecheisen, Kröger, Pfeifle, Schubert. Proc. ACM Int. Conf. on Management of Data (SIGMOD) 2003]

- Motivation:
  - Ähnlichkeitsmodell für voxelisierte 3D-CAD Daten
  - Ziel: Größere Flexibilität beim Vergleich einzelner Überdeckungen innerhalb einer Überdeckungssequenz.
    - Löst das Problem der uneindeutigen Überdeckungssequenz ohne (Query-)Objekte mehrfach abzuspeichern



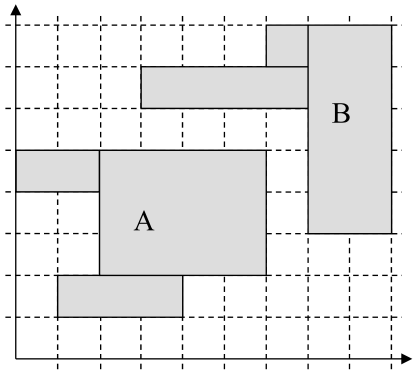
## – Idee:

- Objekt wird nicht mehr durch einen großen Feature-Vektor repräsentiert (Paramter der ersten *k* Überdeckungen)
- Objekt wird nun durch eine Menge von Feature Vektoren repräsentiert
  - Jede Überdeckung wird zu einem 2·D-dimensionalen Feature-Vektor
    - » Koordinaten für den Eckpunkt der Überdeckung (D Werte)
    - » Ausdehnungen der Überdeckungen entlang der Raumachsen (D Werte)
  - Überdeckungssequenz wird zu einer Menge von Feature Vektoren
  - 2D Beispiel

Mengen!!!

A = {(1,1,3,1),(2,2,4,3),(0,4,2,1)}

B = {(7,3,2,4),(3,6,4,1),(6,7,1,1)}








## – Abstand auf Punktmengen

- Mengen Aufzählung
  - Sei *S* eine endliche Menge
  - Abbildung $\pi(S)$ heißt Aufzählung von *S*, wenn jedem $s \in S$ eine eindeutige Nummer zuordnet, d.h. $\pi(s) = i \in \{1, \ldots, |S|\}$
  - $\Pi(S)$ bezeichnet die Menge aller möglichen Aufzählungen von *S*

- Minimal Matching Distance
  - Distanz zwischen Punktmengen *X* und *Y*
  - Formal („Minimal Weight Perfect Matching Distance“):

    Sei $X = (x_1, \ldots, x_{|X|})$, $Y = (y_1, \ldots, y_{|Y|})$, wobei oBdA $|X| \leq |Y|$

    Sei *w* eine Gewichtsfunktion für nicht zugeordnete Punkte

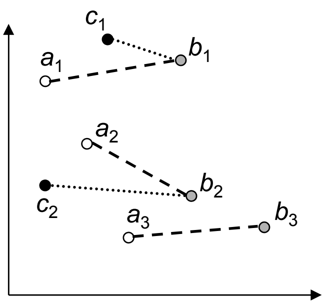
$$\mathrm{MinMatchDist}(X,Y) = \min_{\pi \in \Pi(Y)} \Big( \underbrace{\sum_{i=1}^{|X|} dist(x_i, y_{\pi(i)})}_{\text{Jedem } x \text{ genau ein (unterschiedliches) } y \text{ zuordnen}} + \underbrace{\sum_{i=|X|+1}^{|Y|} w(y_{\pi(i)})}_{\text{Jedes noch nicht zugeordnete } y \text{ mit } w \text{ gewichten}} \Big)$$

  - Metrikeigenschaft hängt von der Gewichtsfunktion *w* ab

- Gewichstfunktion basierend auf „Dummy-Vektoren“
  - » $w(v)$ entspricht Distanz von $v$ zum Null-Vektor, d.h.

$$w(v) = dist(v, \vec{0})$$

- Intuition und Beispiel
  - Punkte der Punktmengen $X$ und $Y$ sind Knoten in einem bipartiten Graphen
  - Kanten $(x,y)$ zwischen den Punkten $x$ und $y$ sind mit $dist(x,y)$ gewichtet
  - Perfektes Matching:
    - » Jeder Knoten in $X$ ist mit genau einem Knoten aus $Y$ verbunden
  - Minimales (perfektes) Matching:
    - » Summe der Gewichte der Kanten des Matchings ist minimal




$$\text{MinMatchDist}(A,B) = dist(a_1,b_1) + dist(a_2,b_2) + dist(a_3,b_3)$$

$$\text{MinMatchDist}(C,B) = dist(c_1,b_1) + dist(c_2,b_2) + w(b_3)$$

$$\text{mit } w(b_3) = dist(\mathbf{0},b_3)$$





## – Anfragebearbeitung

- Motivation:
  - Berechnung des Minimalen Matchings ist teuer („Kuhn-Munkres-Algorithmus“: $O(k^3)$, $k$ = Anzahl der Überdeckungen)
- Lösung:
  - Filter/Refinement
  - Gesucht: billigere Distanz, die Lower Bounding Eigenschaft erfüllt
- Centroid Filter
  - Centroid ist der Schwerpunkt/Mittelpunkt einer Punktmenge
  - Lemma:
    - » Seien $X$ und $Y$ Mengen mit $k$ Vektoren und $c_X$, $c_Y$ die entsprechenden Centroide
    - » Dann gilt

$$k \cdot L_2(c_X, c_Y) \leq \text{MinMatch}(X,Y)$$

    - » Verwalte Centroide in einem separaten Index
    - » Filter: auf Centroid-Index