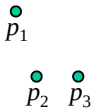
2.5 Reverse Nächste Nachbarn Anfragen

2.5.1 Allgemeines

- Eigenschaften
  - Benutzer gibt Anfrageobjekt *q* vor
  - Ergebnis enthält alle Objekte, die *q* als nächsten Nachbarn haben
  - Analog: Reverse *k*-nächste Nachbarn
  - Mehrdeutigkeiten (bei NN) entsprechend behandeln
- Formal
  - Reverse nächste Nachbarn $RNN(q) = \{o \in DB \mid q \in NN(o)\}$
  - Reverse *k*-nächste Nachbarn $RNN(q,k) = \{o \in DB \mid q \in NN(o,k)\}$
- Anwendungsbeispiel:
  - Standortsuche für neue Filiale (welche Kunden haben die neue Filiale als „nächsten Nachbarn“)

- Zusammenhang zwischen NN und RNN
  - NN ist keine symmetrische Relation
    - y ∈ NN(x) ⇏ x ∈ NN(y)
    - y ∈ NN(*x*) ⇏ y ∈ RNN(*x*)
  - RNN ist ein „eigenständiges Problem



	NN	RNN
p_1	$\{p_2\}$	$\{\}$
p_2	$\{p_3\}$	$\{p_3, p_1\}$
p_3	$\{p_2\}$	$\{p_2\}$

- Basisalgorithmus (sequential scan): nichtdeterministisch

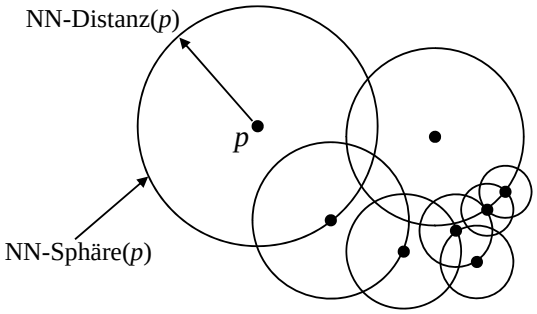
```
RNN-SeqScan(DB, q, k)
    resultSet = ∅;
    FOR i=1 TO n DO
        neighbors = NN-SequScan(DB, DB.getObject(i), k);
        IF q ∈ neighbors THEN
            resultSet.add(DB.getObject(i));
    RETURN resultSet;
```

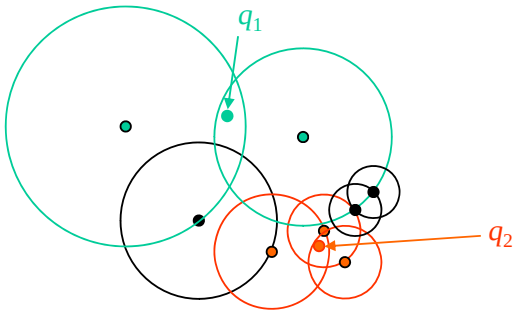
- Offensichtliche Verbesserung
  - Statt NN-SequScan einen besseren NN-Algorithmus verwenden

– Index-basierte Methoden für die RkNN-Suche
  - Annahme:
    – Daten/Objekte in einer Baumartigen Indexstruktur, z.B. R-tree, organisiert
    – Suche erfordert hierarchischen Durchlauf der Directory-Seiten
  - Ziel
    – Bei der Suche möglichst früh Seiten auf höheren Index-Level ausschließen (d.h. effektive Pruning-Strategien)
      ==> möglichst starke Einschränkung des Suchraums
  - Pruning-Strategien
    – Generell gibt es zwei Index-basierte Pruning-Strategien für die RkNN-Suche
    – Self-Pruning Strategien:
      » Punkte/Seiten schließen sich selbst aus
      » Basieren auf k-NN-dist-Abschätzungen angewandt auf Punkte/Seitenregionen
      » Punkte/Seiten, deren k-NN-dist-Bereich den Anfragepunkt nicht enthalten können ausgeschlossen werden
    – Mutual-Pruning Strategien:
      » Punkte/Seiten schließen sich gegenseitig aus
      » Basieren auf Voronoi-Hyperebenen

2.5.2 Self-Pruning Strategien

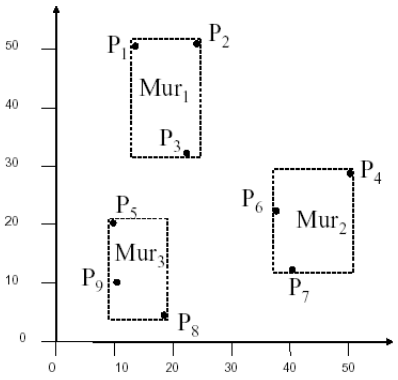
- $p \in \text{RNN}(q) \Leftrightarrow \text{dist}(p, q) \leq \text{NN-Distanz}(p)$
- Materialisiere für alle Objekte die NN-Distanz
- Prüfe, ob $\text{dist}(p, q) \leq \text{NN-Distanz}(p)$ statt während der Anfrage eine NN-Query für alle Objekte zu berechnen



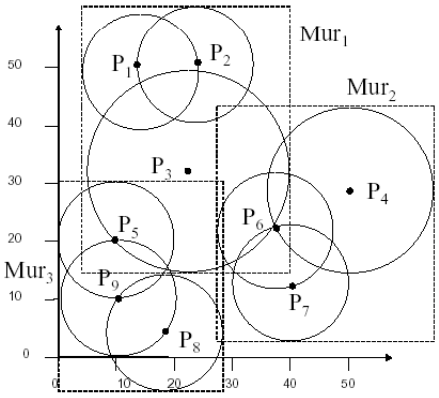


- Für Vektordaten
  – RNN-Query ist Punktanfrage bzgl. der NN-Sphären der Punkte (vgl. Voronoi-Ansatz zur NN-Query)
  – Speichere NN-Sphären in einem Index für ausgedehnte Objekte (z.B. R-Baum)

– RNN-Baum [Korn, Muthukrishnan. ACM Int. Conf. Management of Data (SIGMOD), 2000]
  - RNN-Queries für Vektordaten
  - Berechne NN-Distanz für alle DB-Punkte
  - Speichere statt Punkte alle NN-Sphären der Punkte in R-Baum



Normaler R-Baum



RNN-Baum

- Algorithmus zur NN-Suche
  – Datenseiten enthalten Kreise, d.h. Objekte der Form (Punkt, Radius)
    » Punkt = DB-Objekt (Mittelpunkt)
    » Radius = NN-Distanz(Punkt)

```
RNN-Tree-Search(pa, q,)          // pa = Diskadress z.B. der Wurzel des Indexes
    result = ∅;
    p := pa.loadPage();
    IF p.isDataPage() THEN
        FOR i=0 TO p.size() DO
            IF dist(q, p.getObject(i).Point) ≤ p.getObject(i).Radius THEN
                result := result ∪ getObject(i).Point;

    ELSE                         // p ist Directoryseite
        FOR i=0 TO p.size() DO
            IF MINDIST(q, p.getRegion(i)) = 0 THEN
                result := result ∪ RNN-Tree-Search(p.childPage(i), q);
    RETURN result;
```

- Vorteil
  - » Sehr gute Performanz (Pruning-Power) bei RNN-Anfragen
- Nachteile
  - » *k* muss fest vorgegeben sein
  - » Nur für Vektordaten
  - » Hohe Überlappungen der Seitenregionen im Directory führt zu schlechter Performanz bei normalen NN-Anfragen

    Lösung: speichere einen RNN-Baum und einen konventionellen R-Baum
  - » Schlechte Performanz bei Einfügungen und Löschungen

    Beispiel: *Einfügen* von *p*

„Normaler“ Index	Bestimme NN(*p*) und füge Kreis (*p*, NN-Distanz(*p*)) in Index ein
Zusätzlich für RNN-Baum	Bestimme RNN(*p*)
	Erneuere NN-Sphären aller $o \in$ RNN(*p*)
	Erneuere Seitenregionen (von *p* und allen *o*) betroffener Datenseiten
	Erneuere rekursiv Seitenregionen der Vaterseiten

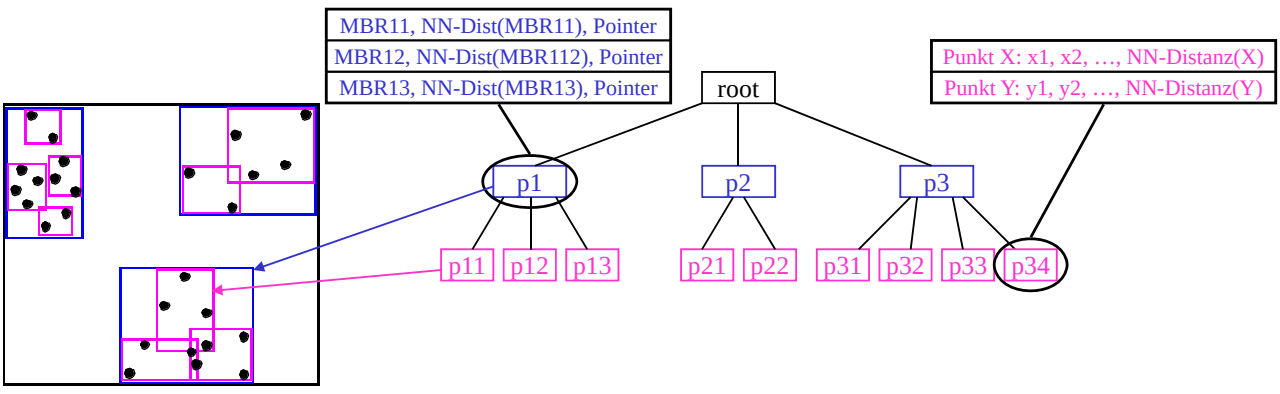
- Varianten:
  - » Voronoi-Zellen statt NN-Sphären
  - » Andere Verfeinerungsreihenfolge (siehe NN-Algorithmen)

– RdNN-Baum [Yang, Lin. IEEE Int. Conf. Data Engineering (ICDE), 2001]

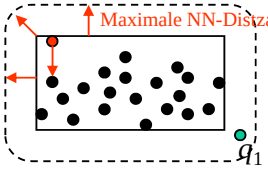
- Prinzip
  - – Idee des RNN-Baum, ABER
  - – Speichere die DB-Objekte statt NN-Sphären
  - – Speichere zu jedem Punkt in der DB seine NN-Distanz
    - » Zu jedem Punkt zusätzlich einen Wert abspeichern
    - » Zu jeder Seitenregion *s* zusätzlich noch den Wert

$$\max_{child \in s} child.getNNDist()$$

abspeichern (Maximum aller NN-Distanzen in den Kinderseiten)



– Ausschluss von Directory-Seiten, wenn MINDIST(q,Seitenregion) größer ist, als die aggregierte NN-Distanz der Seitenregion



Query q_2: Seite kann ausgeschlossen werden; kein Punkt der Seite kann q_2 als NN haben

Query q_1: Seite kann nicht ausgeschlossen werden

- Algorithmus zur RNN-Suche

```
RdNN-Tree-Search(pa, q)          // pa = Diskadress z.B. der Wurzel des Indexes
  result = ∅;
  p := pa.loadPage();
  IF p.isDataPage() THEN
    FOR i=0 TO p.size() DO
      IF dist(q, p.getObject(i)) ≤ p.getNNDist(i) THEN
        result := result ∪ getObject(i);

  ELSE                           // p ist Directoryseite
    FOR i=0 TO p.size() DO
      IF MINDIST(q, p.getRegion(i)) ≤ p.getNNDist(i) THEN
        result := result ∪ RdNN-Tree-Search(p.childPage(i), q);
  RETURN result;
```


– Auch hier wieder alle möglichen anderen algorithmischen Lösungen zur NN-Suche anwendbar (Prioritätssuche, etc.)

– Vorteil
  » Sehr gute Selektivität, damit gute Performanz bei Anfragen
  » Seitenüberlappung wie bei „normalem“ R-Baum, daher kein extra Index für NN-/RQ-Anfragen nötig

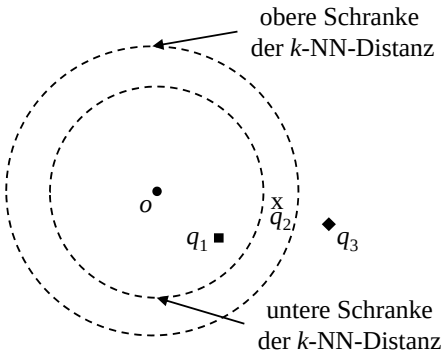
– Nachteil
  » *k* muss fest vorgegeben sein
  » Nur für Vektordaten (aber: Konzept sehr leicht für M-tree erweiterbar)
  » Weiterhin schlechte Performanz bei Einfügungen und Löschungen

– MRkNNCoP-Baum

[Achtert, Böhm, Kröger, Kunath, Pryakhin, Renz. ACM Int. Conf. Management of Data (SIGMOD), 2006]

- Vergleich bisheriger Verfahren
  - RNN-Tree/RdNN-Tree: Vorberechnung der NN-Distanz
    - » Wert für *k* ist fix und vorher bekannt
    - » Update-Problematik
    - » Dafür: erweiterbar auf metrische Daten (z.B. M-Tree)
  - Geometrische Suche
    - » Nur für Vektordaten
    - » Teurer Verfeinerungsschritt, schlechtere Selektivität
    - » Dafür: beliebiges *k*, keine Update-Problematik
- Idee:
  - Benutze die gute Selektivität der vorberechneten NN-Distanzen
  - Berechne für mehrere (am besten alle) Werte für *k* die *k*-NN-Distanzen vor
  - Problem: Speicherung aller Distanzen zu aufwendig
    - » Pro Objekt alle *k*-NN-Distanzen => Index wäre sehr hoch => hohe Kosten
  - Lösung: Approximiere die *k*-NN-Distanzen
    - » Approximation sollte untere Schranke (LB) der *k*-NN-Distanz sein => true drops, wir können Objekte (Seiten) frühzeitig ausschließen
    - » Zusätzliche Approximation als obere Schranke (UB) => true hits

- Bewertung von Objekt *o* (analog: Seiten) mit UB- und LB-Approximationen
  - $dist(o,q) \leq LB_{k\text{-NN-Dist}}(o)$
    => *o* true hit, d.h. $o \in RNN(q, k)$
    - » Beispiel: $q = q_1$
  - $dist(o,q) \geq UB_{k\text{-NN-Dist}}(o)$
    => *o* true drop, d.h. $o \notin RNN(q, k)$
    - » Beispiel: $q = q_3$
  - $UB_{k\text{-NN-Dist}}(o) \leq dist(o,q) \leq LB_{k\text{-NN-Dist}}(o)$
    => *o* Kandidat
    - » Beispiel: $q = q_2$



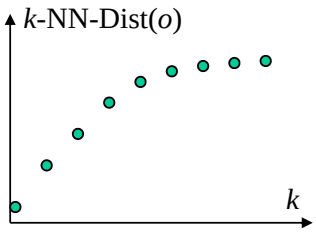
- Gegeben: für jedes Objekt *o* eine Sequenz der *k*-NN-Distanzen, <1-NN-Dist(*o*), 2-NN-Dist(*o*), …, k_{max}-NN-Dist(*o*)> für ein hinreichend großes k_{max}
- Frage: wie kann ich UB- und LB-Approximation dieser *k*-NN-Distanzen berechnen und kompakt speichern?

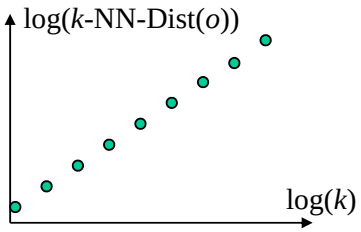
- Lösung aus der Theorie der Selbstähnlichkeit
  - Potentzgesetz gilt für Verhältnis zwischen
    - » dem Radius einer Hyperkugel
    - » der Anzahl an Objekten innerhalb der Hyperkugel

$$encl(\varepsilon) \propto \varepsilon^{d_f}$$

wobei *encl*(ε) = #Objekte innerhalb der Kugel
d_f = „Fraktale Dimension“

  - Übertragung auf k-NN-Sphäre:
    - » ε = *k*-NN-Distanz
    - » *encl*(ε) = *k*
  - Im log-log-Raum: $\log(k-\mathrm{NN}-\mathrm{Dist}(o)) \propto \frac{\log(k)}{d_f}$





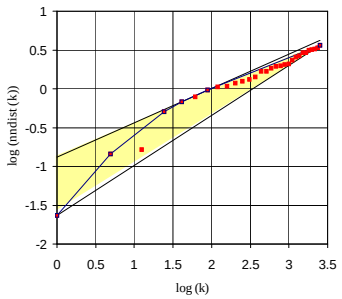
  - In der Realität verhalten sich die Distanzen nicht wie perfekte Linien im log-log-Raum
  - Trotzdem: im log-log-Raum können die *k*-NN-Distanzen mit einer Linie approximiert werden
  - Das ist erheblich billiger als alle *k*-NN-Distanzen zu speichern, oder andere Funktionen höherer Ordnung zu verwenden, um die Distanzen im normalen *k* / *k*-NN-Dist – Raum zu approximieren

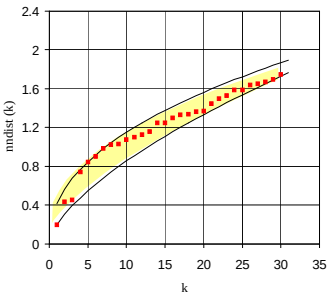
- LB- und UB-Approximationen
  - UB-Approximation ist eine Linie im log-log-Space, sodass

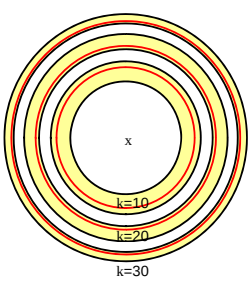
$$\forall k \le k_{\max} : k-\mathrm{NN}-\mathrm{Dist}(o) \le \mathrm{UB}_{k-\mathrm{NN}-\mathrm{Dist}}(o)$$

  - LB-Approximation ist eine Linie im log-log-Space, sodass

$$\forall k \le k_{\max} : k-\mathrm{NN}-\mathrm{Dist}(o) \ge \mathrm{LB}_{k-\mathrm{NN}-\mathrm{Dist}}(o)$$







- Jedem Objekt wird zugeordnet
  - Eine LB-Approximation der *k*-NN-Distanzen
  - Eine UB-Approximation der *k*-NN-Distanzen
- Jeder Seite im Index wird zugeordnet
  - Eine LB-Approximation der LB-Approximationen der Kindseiten
  - UB-Approximation wird nicht gespeichert, da zu wenig selektiv

- Vorteil:
  - Beliebiges *k*
  - Für allgemein metrische Daten (M-Tree) oder Vektordaten (z.B. X-Tree)
  - Durch UB- und LB-Approximationen höhere Filterselektivität als Geometrisches Verfahren => weniger Kandidaten die verfeinert werden müssen

- Nachteil
  - Updateproblematik
  - k_{max} muss bekannt sein (ABER i.d.R. kein Problem)
  - Teure Verfeinerung nötig (ABER i.d.R. deutlich weniger Kandidaten)

- ***Filter***-Algorithmus für allgemein metrische Daten (M-tree)

Knoten Node = (RoutingObj, CovRadius)
MINDIST(*q*,Node) = max{dist(*q*,Node.RoutingObj) – CovRadius, 0}

MRkNNCoP-Tree-Search(DB, *q*) // DB als MRkNNCoP-Tree organisiert
result = ∅;
candidates = ∅;
queue = **LIST OF** (dist:Real, obj:Object) **ORDERED BY** dist **ASCENDING**;
queue = [(0.0, DB.root)];
WHILE NOT queue.isEmpty() **DO**
p = queue.first().Object;
IF p.isDataPage() **THEN**
FOR *i*=0 **TO** p.size() **DO**
IF dist(*q*, p.getObject(*i*)) ≤ $LB_{k\text{-NN-Dist}}$(p.getObject(*i*)) **THEN**
result := result ∪ getObject(*i*);
ELSE IF dist(*q*, p.getObject(*i*)) ≤ $UB_{k\text{-NN-Dist}}$(p.getObject(*i*)) **THEN**
candidates := candidates ∪ getObject(*i*);
ELSE // p ist Directoryseite
FOR *i*=0 **TO** p.size() **DO**
IF MINDIST(*q*, p.getRegion(*i*)) ≤ $UB_{k\text{-NN-Dist}}$(p.getRegion(*i*)) **THEN**
queue.insert((MINDIST(*q*, p.getRegion(*i*)), p.childPage(*i*)));