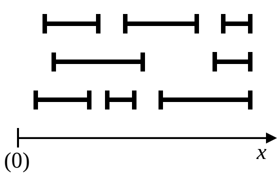
Kapitel 3
Anfragen auf räumlichen Objekten

Skript zur Vorlesung: Spatial, Temporal, and Multimedia Databases
Sommersemester 2008, LMU München

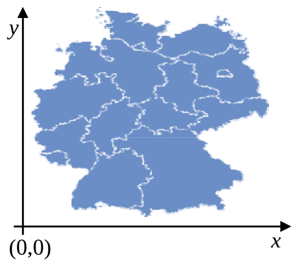
Übersicht

3.1 Schnittanfragen räumlicher Objekte

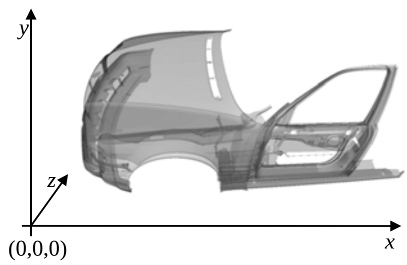
– Allgemeines
  - Unter räumlichen Objekten verstehen wir Objekte mit räumlichem Bezug (Lage im Raum) und räumlicher Ausdehnung.
  - Räumliche Objekte können neben den räumlichen Attributen auch nicht-räumliche Attribute enthalten, wie z.B. Objekt-ID, Bezeichnung, Farbe, Material, etc.
  - Beispiele von räumlichen Objekten:



Zeitintervalle (1D)



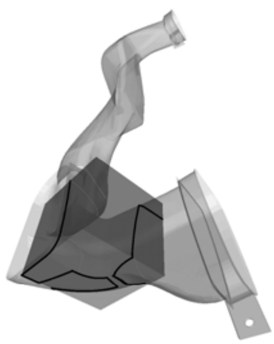
Stadtregionen, Landflächen (2D)



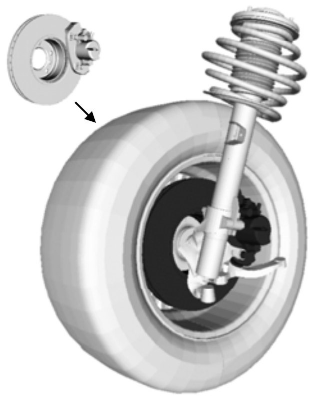
Flugzeugteile, Autoteile (3D)

– Anfragen auf räumlich ausgedehnten Objekten (GEO-Objekte, CAD-Objekte)

Bereichsanfragen in GEO Datenbanken:
Welche Strassen durchlaufen das ausgewählte Fenster?



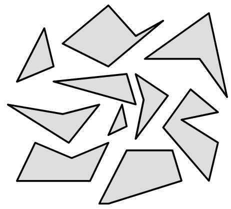
Räumliche Selektion:
Welche Bauteile befinden sich in der angegebenen Anfragebox?



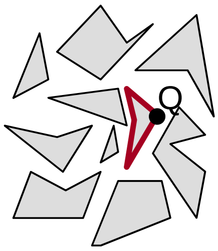
Schnittanfragen:
Welche Maschinenteile haben direkten Kontakt mit der vorderen rechten Bremsscheibe?

- Gegeben:

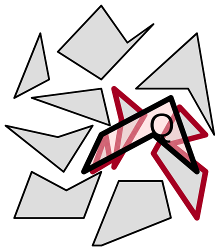
  Menge mit räumlich ausgedehnten Objekten



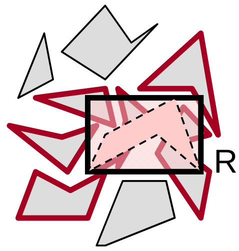
- Zu unterstützende Anfragen:



Punkt-Anfrage



Schnitt-Anfrage

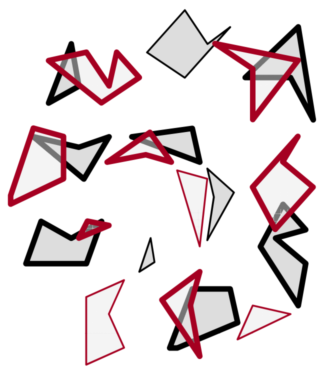


Fenster-Anfrage

Gegeben ein Anfragepunkt *P*, ein Anfrageobjekt *Q*, bzw. ein Anfragerechteck *R* (2D)

– Punkt-Anfrage: Finde die Objekte, die *P* enthalten.
– Schnitt-Anfrage: Finde die Objekte, die *Q* schneiden.
– Fenster-Anfrage: Finde die Objekte, die *R* schneiden.

- Zu unterstützende Anfragen (Forts.)
  – Räumliche Verbund-Anfrage (Spatial Join)



Gegeben:

Zwei Mengen $M=\{Obj_{M,1},..,Obj_{M,m}\}$, $N=\{Obj_{N,1},Obj_{N,n}\}$ räumlich ausgedehnter Objekte

Spatial Join:

Finde die Menge von Objekt-Paaren
$\{(Obj_1,Obj_2) \mid Obj_1 \in M, Obj_2 \in N$ und Obj_1 schneidet $Obj_2\}$.

Auch andere räumliche Prädikate möglich, z.B.

» andere Topologien wie *enthalten-in*
» Distanz-basierte Anfragen
» etc.

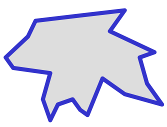
– Ziele:
- Effektivität
  - Verwaltung von (komplex strukturierten) geometrischen Objekten
  - räumliche Anfragebearbeitung
- Effizienz
  - kurze Antwortzeiten für Anfragen
  - schnelles Einfügen, Ändern und Entfernen
- Skalierbarkeit
  - Verwaltung sehr großer Datenmengen
  - Anbindung vieler Benutzer

➔ Reduzierung der Beschreibungskomplexität (d.h. einfachere Darstellung der Objekte)

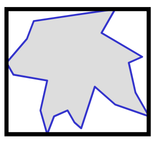
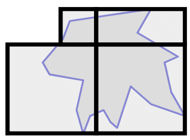
➔ Verwendung geeigneter Zugriffsstrukturen

➔ Mehrstufige Anfragebearbeitung

– Repräsentation Räumlicher Objekte
- Typischerweise sind räumlich ausgedehnte Objekte als geschlossener Kantenzug (2D) oder durch geschlossene triangulierte Oberflächen beschrieben.

Kantenzug  triangulierte Oberfläche 

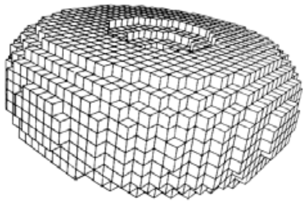
- Für effiziente Anfragen werden in einem Filterschritt zunächst räumliche Approximationen der Objekte verwendet

- Raumpartitionierende Verfahren
  - Repräsentationen durch feste Raumpartitionsgrenzen definiert
- Datenpartitionierende Verfahren
  - Repräsentationen durch die räumliche Ausdehnung der Daten definiert

3.1.1 Raumpartitionierende Anfrage-Methoden

- Ausgangslage: Voxel-basierte Objektbeschreibung (Raster-Modell)
  - Bei der Voxel-basierten Zerlegung wird ein Körper in eine Menge identischer Zellen (i.d.R. Würfel) zerlegt, die auf einem festen regelmäßigen Gitter angeordnet sind.
  - Beispiel (3D):

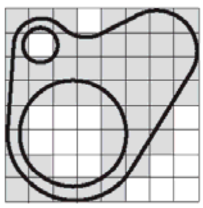


  - Beschreibung der Objekte (des Objektraums) durch drei-dimensionales ARRAY [...][...][...] OF BOOLEAN (oder seltener eine Liste belegter Zellen)
  - Anwendungen:
    - » Computer Tomographie, Virtual Engineering (CAD), etc.

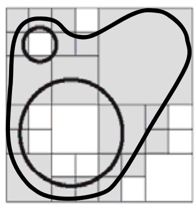
Nachteil:

genaue Approximation mit hohem Speicherplatzaufwand verbunden (Auflösung: *n* Voxel pro Dimension ➔ Speicherplatzaufwand = n^3)

- Octree-basierte Objektrepräsentation:
  - Hierarchische Variante der Voxel-basierten Zerlegung
  - Idee:
    - » hierarchische binären Unterteilung in Quadranten/Oktanten;
    - » Darstellung durch größte Quadranten die vollständig gefüllt sind.



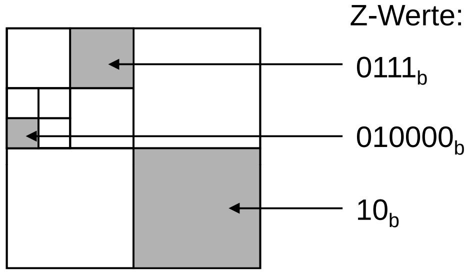
Voxel-basierte Zerlegung



Octree (Quadtree) Zerlegung

  - Vorteil:
    - » große einheitliche Flächen/Volumen Anteile werden über wenig große Partitionen (Quadranten/Oktanten) repräsentiert.
    - » Randbereiche, die eine beliebig komplexe Struktur (Form) annehmen können, werden über viele kleine Partitionen repräsentiert, die eine exaktere Darstellung erlauben.

- Indexierung
  - Quadtree-Zellen durch Z-Werte benennen:

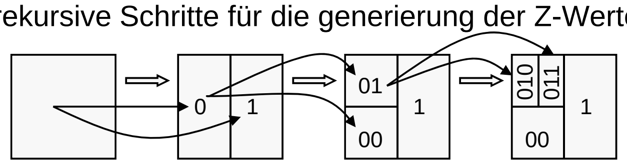


Z-Werte bestehen aus

» Bitfolge <b_1,b_2,..,b_n> durch abwechselnd rechts/links und oben/unten partitionieren (links/unten → 0, rechts/oben → 1)

» Level = Anzahl der Bits

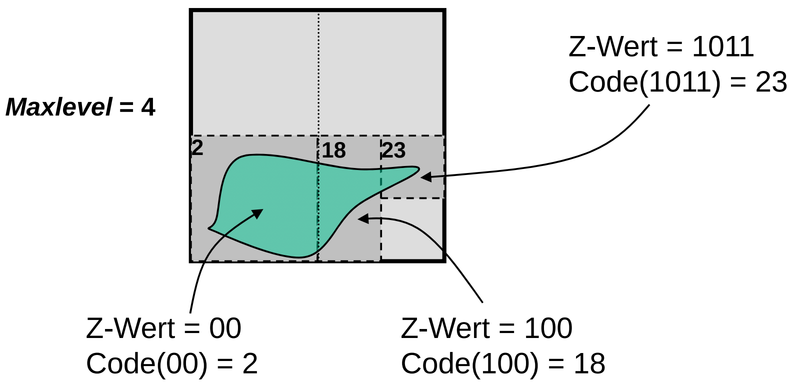
rekursive Schritte für die generierung der Z-Werte:



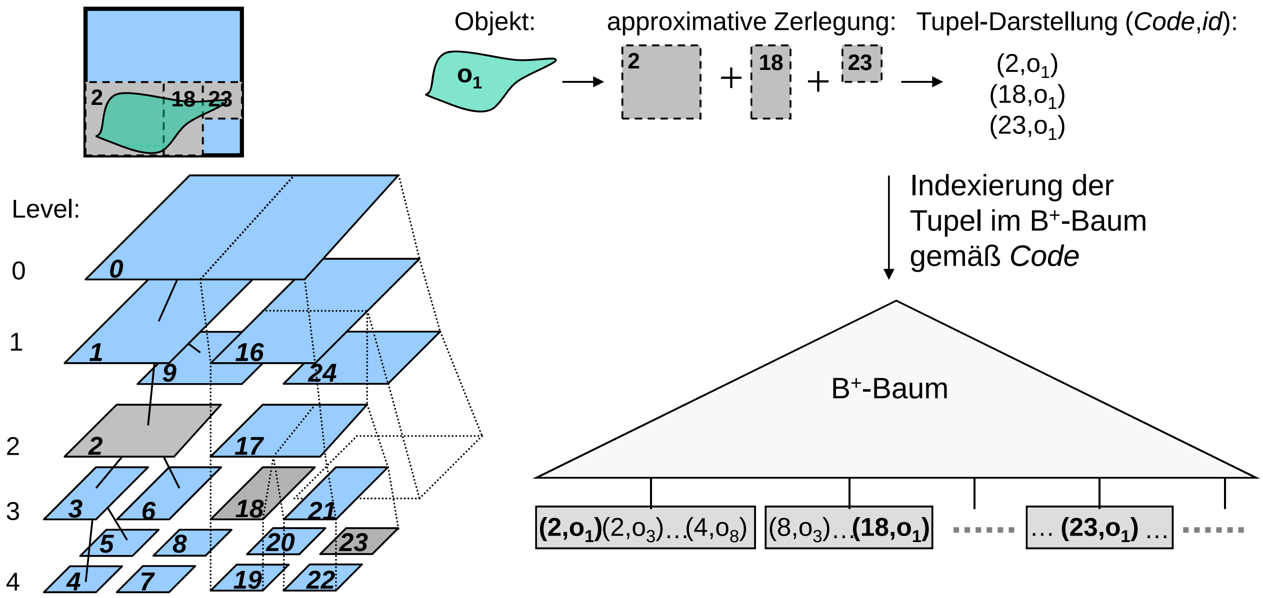
- Indexierung (Forts.)
  - Kodierung der Z-Werte => lineare Ordnung auf den Z-Werten

$$\text{Code}(\langle b_0, b_1, .., b_n \rangle) = \sum_{i=0..n} \begin{cases} 1 & falls\, b_i = 0 \\ 2^{(MaxLevel-i)} & falls\, b_i = 1 \end{cases}$$

MaxLevel = maximaler Level für die rekursive Partitionierung

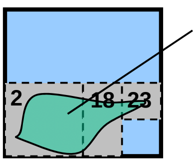


- Verwaltung der Objekte im B^+-Baum



Maxlevel **= 4**

- Schnittanfrage

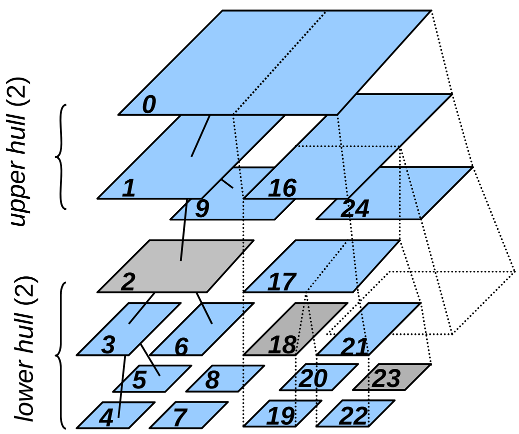


Anfrage-Objekt o_1

Schnittanfrage:

Ermittlung aller Objekte $o \in DB$ die von o_1 geschnitten werden:

- Anfrage bezieht sich auf die 3 Partitionen: 2,18 und 23
- Für jede Anfragepartition P_i: Ermittlung aller Objekte, die P_i schneiden, d.h.



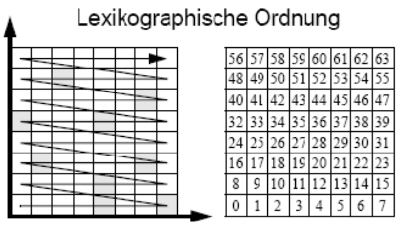
1) Ermittlung aller Partitionen P_j die P_i schneiden
   - ***upper hull*** = Partitionen P_j die P_i überdecken

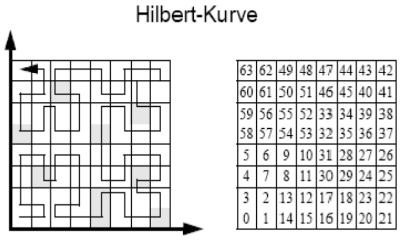
     z.B.: $P_i = 2 \rightarrow$ *upper hull* = {0,1}
   - ***lower hull*** = Partitionen P_j die von P_i überdeckt werden

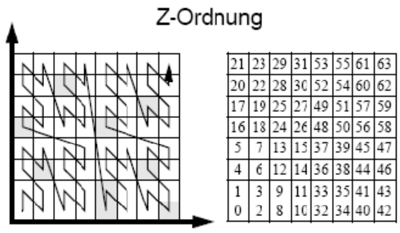
     z.B.: $P_i = 2 \rightarrow$ lower hull = {2,3,4,5,6,7,8}
2) Anfrage im B^+-Baum gemäß aller P_j = *upper hull* + *lower hull*

   (kann durch Bereichsanfragen im B^+-Baum effizient unterstützt werden)

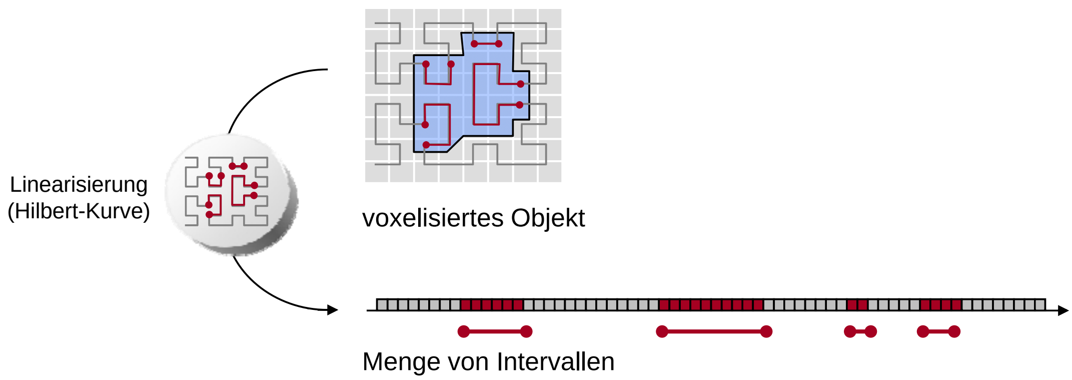
- Intervall-basierte Objektrepräsentation
  - Idee: Einbettung in eindimensionalen Raum
    - » vollständige Zerlegung des Datenraums in gleichförmige disjunkte Zellen (Voxelisierung)
    - » Definition einer linearen Ordnung auf diesen Zellen (mittels raumfüllenden Kurven)
    - » Gruppierung direkt aufeinanderfolgender Zellen zu ein-dimensionalen Intervallen
  - Vorteile:
    - » erlaubt auch nicht-rechteckige Repräsentationen
    - » einfache Verwaltung von Intervallen (über konventionelle (ein-dimensionale) Indexstrukturen wie den B^+-Baum)
  - Raumfüllende Kurven:
    - » Lexikographische Ordnung
    - » Hilbert-Kurve
    - » Z-Ordnung
  - *Z-Ordnung* erhält die räumliche Nähe relativ gut
  - *Z-Ordnung* ist effizient berechenbar







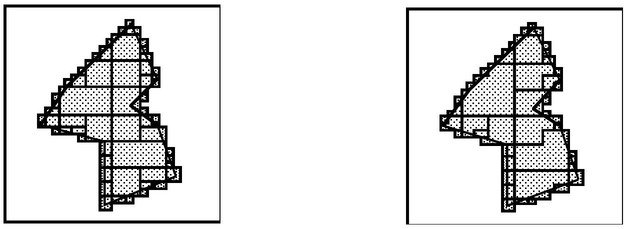
- Intervall-basierte Objektrepräsentation (Fortsetzung):
  - Beispiel:



- Indexierung:
  - Codierung von Intervallen
    - » lineare Ordnung entsprechend der Intervallgrenzen (Startpunkt / Endpunkt) [Bozkaya and Özsoyoglu: *Indexing Valid Time Intervals*. Int. Conf. on Database and Expert Systems Applications, 1998]
    - » indirekte Codierung der Intervalle, z.B. Relationaler Intervall-Baum [H.-P. Kriegel, M. Pötke, T. Seidl: Managing Intervals Efficiently in Object-Relational Databases, VLDB 2000]
  - Verwaltung der Intervalle in einem B^+-Baum

- Vergleich zur Quadtree-basierten Zerlegung:
  - Die Z-Ordnung-basierte Intervall-Zerlegung erzeugt signifikant weniger Rendundanz als die Quadtree/Octree-basierte Zerlegung.

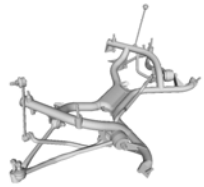
  Beispiel:



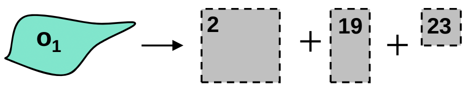
Quadtree-basierte Zerlegung (60 Quadranten) — Z-Ordnungs-basierte Zerlegung (41 Intervalle)

  - Beobachtung:
    - » Anzahl der Partitionen (Quadtree- oder Intervall-basiert) ist proportional zum Umfang (2d) bzw. zur Oberfläche (3d) des Objekts, da eine Raumunterteilung nur zur Randkodierung des Objekts nötig ist.
    - » je kleiner das Verhältnis von Oberfläche zu Volumen, desto höher die Redundanz.
    - » raumpartitionierende Verfahren für komplex strukturierte Objekte wie z.B. Kabelstränge, Leitungen nicht geeignet.

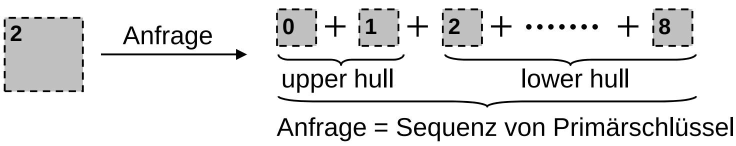
Beispiel für komplexes Objekt:
Fahrwerk eines Autos



- Räumliche Anfrage:
  - Problem:
    - » (Anfrage-)Objekte zerfallen in viele Partitionen (Quadtree-basierte Zerlegung)



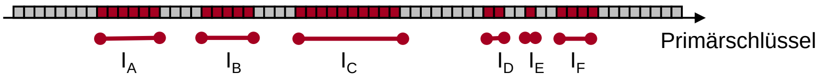
    - » jede Partition des Anfrageobjektes führt zu mehreren Partitions-Schlüsseln, die angefragt werden müssen



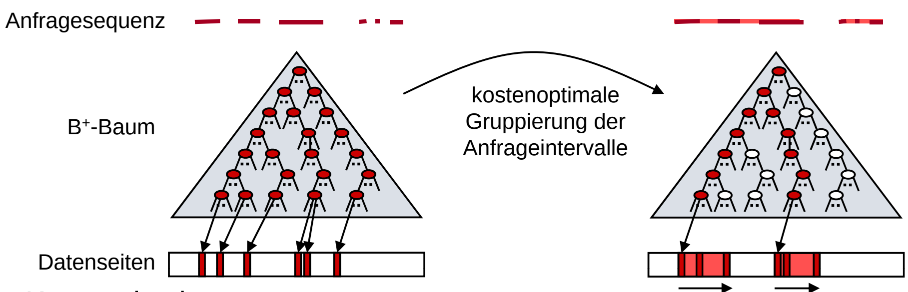
$\Rightarrow$ sehr viele (Einzel-)Anfragen notwendig => Anfrage sehr teuer

- Ziel: Reduktion der Anfragekosten durch
  - Vermeidung von Redundanz
    - » sammeln aller Anfagepartitionen und Löschen redundanter Partitionen bevor Anfrage startet
  - Geeigneten Indexdurchlauf
    - » geeignete Wahl zwischen Scan auf Blattebene und Index-basierter Suche

- Kostenbasierte Suche:
  [Kriegel, Kunath, Pfeifle, Renz: Proc. Int. Conf. on Database Systems for Advanced Applications (DASFAA), 2004]
  – Idee: optimale Nutzung des partiellen Scans im B^+-Baum durch Bildung von Bereichsanfragen
  – Gegeben: Anfragesequenz als Menge von Bereichsanfragen

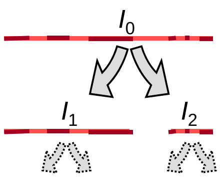


  – Prinzip: kostenoptimale Gruppierung von Bereichsanfragen



  – Kostenabschätzung:
    » I/O-Kosten für Suche im B^+-Baum ~ Höhe des B^+-Baum
    » I/O-Kosten für Scan auf Blattebene: Abschätzung mittels Statistiken über die Verteilung der Daten auf Blattebene gemäß dem Suchschlüssel

  – Kostenbasierte Anfrage (Bildung der finalen Anfragesequenz):
    » konservative Approximation der Anfrage mit nur einem Anfragebereich I_0
    » rekursive Zerlegung von I_0 mit dem Ziel die geschätzten Anfragekosten zu minimieren (Zerlege I_0 in I_1 und I_2, falls $K(I_1) + K(I_2) < K(I_0)$)

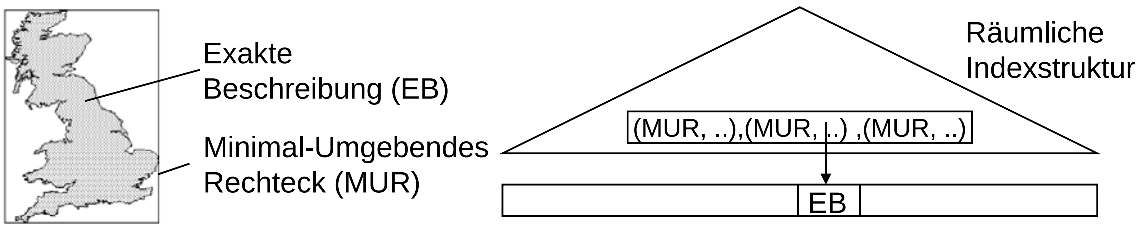


    » Zerlegungsheuristik: Zerteile approximierten Anfragebereich an der größten Lücke zwischen zwei Anfragebereichen
    » Zerlegungsalgorithmus:

Decompose(I_0)
{ zerlege I_0 in I_1 und I_2 (z.B. durch Split an der größten Lücke)
  schätze Kosten: $K(I_0)$, $K(I_1)$, $K(I_2)$
  if $K(I_0) > K(I_1) + K(I_2)$ **then**
    report {Decompose(I_1)$\cup$Decompose(I_2)};
  else
    report I_0;
}

3.1.2 Datenpartitionierende Anfrage-Methoden

- Grundlegende Idee:
  - direkte Verwaltung von räumlichen Objekten anstatt Verwaltung von Raumpartitionen
  - Problem: räumliche Objekte variieren stark in ihrer Größe (Größe = benötigter Speicherplatz), sind aber auf Seiten fester Größe abzuspeichern
  - ➔ Organisation von vereinfachten Räumlichen-Objekten (**Approximationen**), z.B. minimal umgebende Rechtecke (MUR)
  - ➔ Verweis auf die exakte Beschreibung (EB) der Räumlichen-Objekte



– Konservative (redundanzfreie) Approximationen

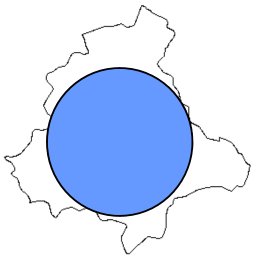
- enthalten das zu approximierende Objekt vollständig
- dienen insbesondere zur Bestimmung von Fehltreffern
  (Beispiel: $\neg$(a.kons_appr $\cap$ b.kons_appr) $\Rightarrow$ $\neg$ (a $\cap$ b))
- Vergleich verschiedener konservativer Approximationen (redundanzfreie Approximationen)

Approximation:	Kreis	MUR	Ellipse	gedrehtes MUR	4-Eck	5-Eck	Konvexe Hülle
Güte:	215%	193%	168%	162%	144%	133%	123%
# Parameter:	3	4	5	5	8	10	O(n)

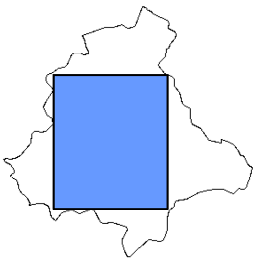
(Güte = durchschnittliche Flächen der Approximationen in Prozent zur exakten Objektfläche (=100%) [BKS 93])

➔5-Eck: guter Kompromiss zwischen Genauigkeit und Speicherplatzbedarf

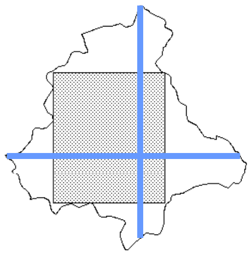
– Progressive Approximationen
  - sind vollständig im zu approximierenden Objekt enthalten
  - dienen insbesondere zur Bestimmung von Treffern
    (Beispiel: (a.prog_appr $\cap$ b.prog_appr) $\Rightarrow$ (a $\cap$ b))
  - Berechnung schwierig (insbesondere für maximale progressive Approximationen)



Kreis (42%)



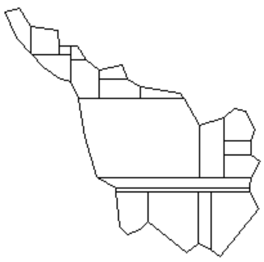
Rechteck (45%)



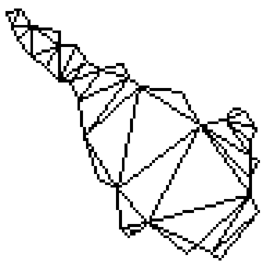
Rechteck + Strecken

– Strukturelle Zerlegung (redundante Approximation)
  - Prinzip:
    – Zerlegung der Objekte in mehrere einfache Basiskomponenten
  - Vorteile:
    – Vereinfachung der algorithmischen Komplexität von Anfragen und Operationen (z.B. Flächenberechnung, etc.)
    – Lokalität von Anfragen und Operationen kann ausgenutzt werden (Unterstützung von partiellen Objekt-Zugriff)

    => effiziente Anfragebearbeitung (bei selektiven Anfragen)
  - Zerlegungsvarianten:



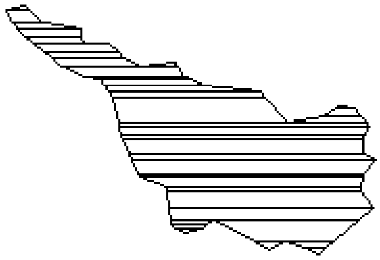
konvexe Zerlegung



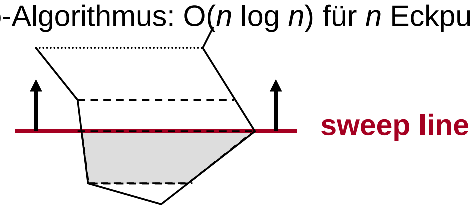
Dreiecks-Zerlegung

Zerlegung in Trapeze

- Zerlegung eines Polygons in (achsenparallele) Trapeze (Asano+Asano 1983)



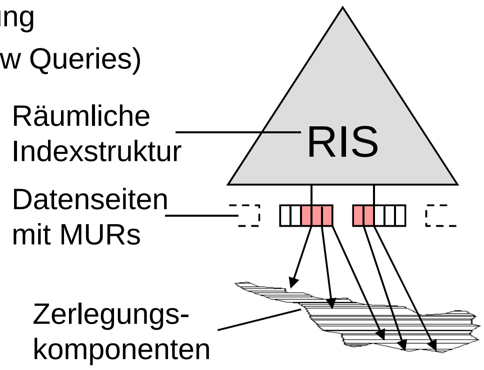
  – Berechnung durch Plane-Sweep-Algorithmus: O(*n* log *n*) für *n* Eckpunkte



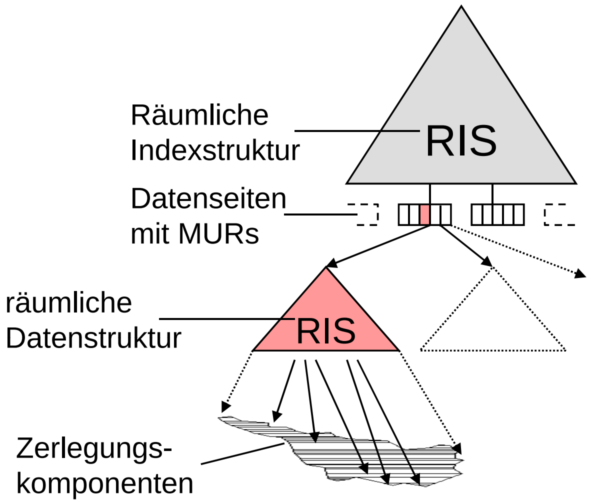
  – Speicherplatzaufwand
    » Anzahl der Komponenten = *n* bei *n* Eckpunkten
    » Aber: Vervielfachung des Speicherplatzes da nun Trapeze statt Punkten verwaltet, d.h. abgespeichert werden

- Beobachtung
  – Operationen auf Zerlegungskomponenten sind einfach
  – Aber: Anzahl der Zerlegungskomponenten = O(n)
  ➔ Kein Gewinn, falls alle Komponenten getestet werden
  ➔ Einsatz von Datenstrukturen zur Auswahl “relevanter” Komponenten
  ➔ Einsatz von räumlichen Indexstrukturen (RIS)

- 1. Ansatz
  – Eine RIS verwaltet Zerlegungskomponenten aller Objekte
  – Redundanz bei der Anfragebearbeitung
    (betrifft insbesondere größere Window Queries)



- 2. Ansatz
  - Eine RIS verwaltet die Objektapproximationen (MUR) aller Objekte
  - Für jedes Objekt verwaltet eine separate räumliche Datenstruktur die Zerlegungskomponenten dieses Objektes
  - Wenn die exakte Objektgeometrie untersucht werden muss, werden die Zerlegungskomponenten einschließlich der zugehörigen räumlichen Datenstruktur vom Sekundärspeicher in den Hauptspeicher eingelesen

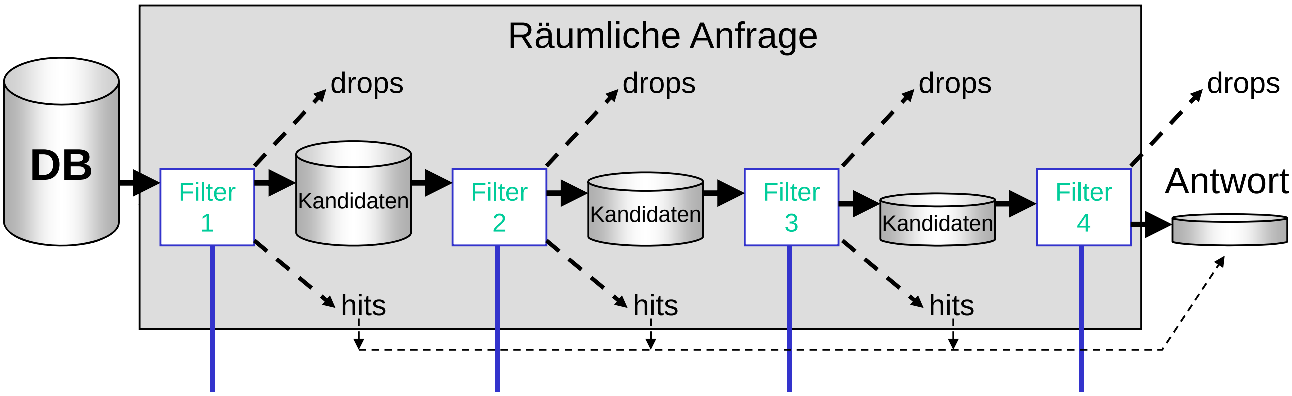


- TR-Ansatz (Ausprägung des 2. Ansatzes)
  - Verwende R-Baum zur Verwaltung der Zerlegungskomponenten

➔ Anpassung des R-Baums an die neuen Anforderungen (TR-Baum):
  - TR-Baum soll für den Hauptspeicher ausgelegt werden
    - » möglichst kleine Knotengröße
  - TR-Baum soll möglichst schnell in den Hauptspeicher eingelesen werden
    - » kompakte Speicherung auf dem Plattenspeicher
    - » kein dynamischer Aufbau, keine Adressneuberechnungen
  - TR-Baum sollte möglichst kompakt gespeichert sein

- Eigenschaften des TR-Baums
  - sehr schnelle Bearbeitung geometrischer Operationen (z.B. Punkt-In-Polygon-Test)
  - erheblich höherer Speicherplatzbedarf
  - (und damit höhere Übertragungskosten beim Einlesen der exakten Geometrie)

– Mehrstufige Anfragebearbeitung für räumliche Objekte



RIS
Bestimmung der Datenseiten, die Treffer und Kandidaten enthalten, durch RIS

MURs
Bestimmung der Objekte auf den gefundenen Datenseiten, die aufgrund ihrer MURs als Treffer in Frage kommen

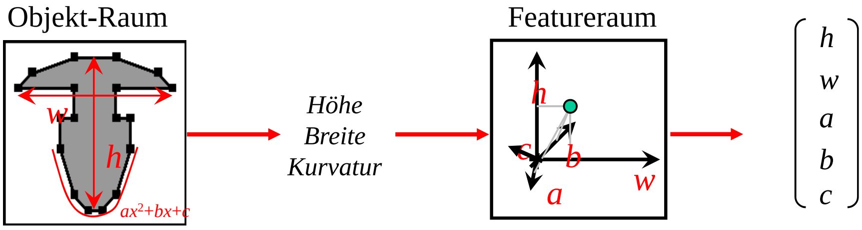
Approximationen
Bestimmung weiterer Treffer oder Fehltreffer durch zusätzliche konservative und progressive Approximationen

Zerlegungen
Einlesen der exakten Geometrie und Test der exakten Geometrie bezüglich der Anfragebedingung mit Hilfe des TR-Baum-Ansatzes

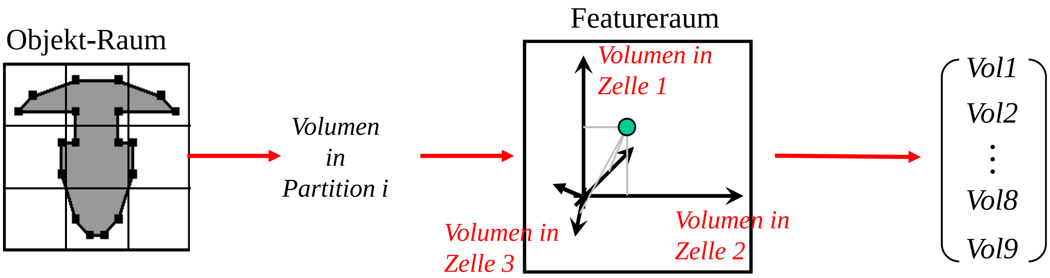
- GENESYS: Prototyp-System, das diese Anfragebearbeitung realisiert

3.2 Ähnlichkeitsmodelle für räumliche Objekte

– Feature Transformation für räumliche Objekte
- Ziel: „gute“ Beschreibung der realen Objekte als Featurevektoren (metrisch oder besser: Euklidisch)
  – Ähnlichkeit im Objektraum ≈ Ähnlichkeit im Featureraum
  – D.h. Merkmale sollten „sinnvoll“ / „aussagekräftig“ sein
- Möglichkeit 1:
  – Extrahiere Merkmale für das gesamte Objekt

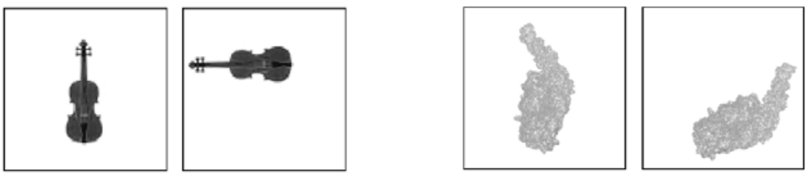


- Möglichkeit 2:
  - Partitioniere Objektraum
    - » **Objekt-spezifische Partitionierung:** das Objekt wird zerlegt, unabhängig davon, wie es im Datenraum liegt
    - » **Datenraum-spezifische Partitionierung:** der Datenraum wird zerlegt, unabhängig davon, wie das Objekt darin liegt
  - Extrahiere Merkmale aus einzelnen Partitionen
    - » Z.B. Volumen des Objekts in jeder Partition



– Invarianzen

- Gleichheit (oder Ähnlichkeit) von Formen unabhängig von Lage und Orientierung im Raum
- Beispiele gleicher Formen im 2D und im 3D:

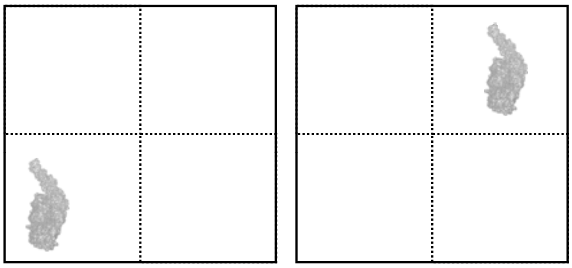


- Meist erwünscht (je nach Anwendung):
  - Kanonische Darstellung, d.h. ohne Lage- und Orientierungsinformation
  - Verallgemeinerung auf andere Objekteigenschaften
- Formal
  - Sei *F* : OBJ → (*Dom*, *dist*) eine Featuretransformation und *F*(*O*) ∈ *Dom* die Featurerepräsentation von *O* ∈ OBJ im Featureraum
  - Sei *K* eine Klasse von Transformationen auf OBJ
  - *F* ist invariant gegenüber *K*, wenn für alle *T* ∈ *K*

$$dist(F(O_1), F(O_2)) = dist(F(T(O_1)), F(O_2)) = dist(F(O_1), F(T(O_2)))$$

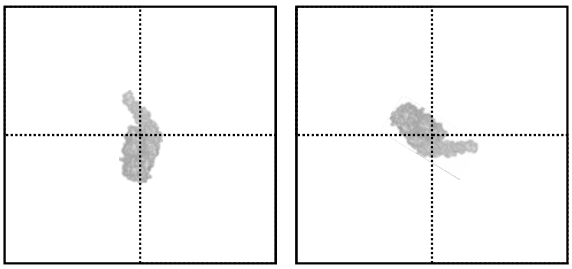
– Die wichtigsten Invarianzen

- Translation



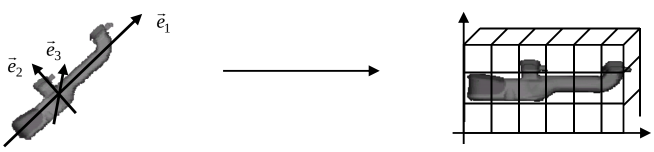
– Falls Ähnlichkeitsmodelle NICHT translationsinvariant
  » Verschiebung des Schwerpunkts eines Objektes in den Ursprung bevor die Featuretransformation berechnet wird

- Rotation



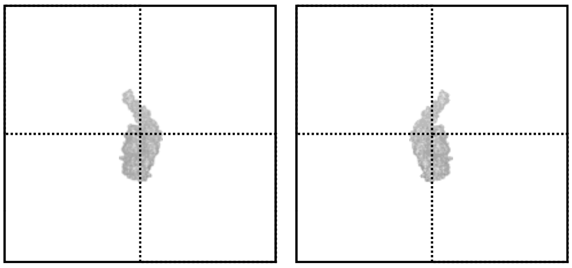
– In manchen Anwendungen reicht Invarianz bzgl. gewisser Rotationswinkel
  » CAD: Konstrukteure speichern Objekte meist in „vernünftiger“ Lage; dann reicht 90-Grad-Rotationsinvarianz

– Falls Ähnlichkeitsmodelle NICHT rotationsinvariant
  » ***Hauptachsentransformation***: Drehung der Objekte, so dass die Hauptachsen auf den Koordinatenachsen liegen.



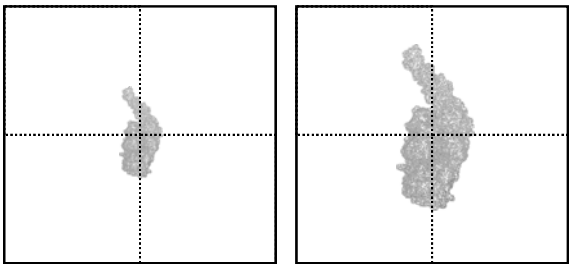
  » ***Implizite Permutation***: Berechne alle möglichen Drehungen der Objekte (z.B. alle 90-Grad Drehungen) vorab oder zur Laufzeit

- Spiegelung (Reflexion)

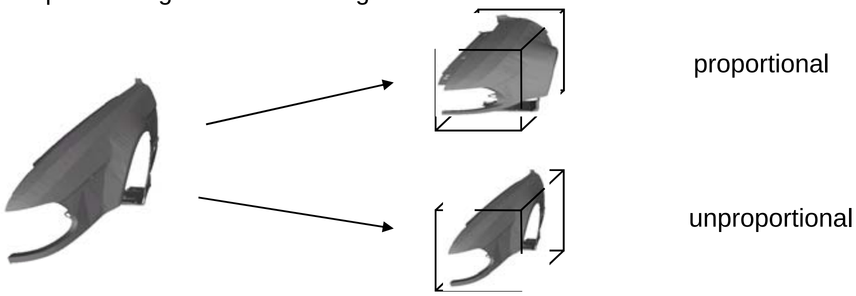


  - Falls Ähnlichkeitsmodelle NICHT reflexionsinvariant
    - » ***Implizite Permutation***: Berechne alle möglichen Spiegelungen der Objekte (z.B. bzgl. aller räumlichen Achsen) vorab oder zur Laufzeit

- Skalierung



  - Die meisten Ähnlichkeitsmodelle sind NICHT skalierungsinvariant
  - Reflexionsinvarianz wird meist durch Größen-Normierung des Objektraums
    - » Unproportional: separat entlang jeder räumlichen Achse
    - » Proportional: globale Skalierung



– Die wichtigsten geometrischen Transformationen
  - Frage: Wie können Objekte transformiert werden?
  - Lösung (siehe auch: Graphische Datenverarbeitung):
    – Darstellung der einzelnen Transformationen Translation, Spiegelung, Rotation, Skalierung als Abbildung
    – Wende die Abbildung auf alle Teile eines räumlichen Objekts an (Pixel, Voxel, (Oberflächen-)Punkte, etc.)
  - Formal:
    – Sei T $\in$ {Translation, Reflexion, Skalierung, Rotation}
    – Sei obj $\in$ OBJ gegeben als Menge von Punkten (z.B. Mittelpunkte der Voxel oder Oberflächensegmente, etc.)
      d.h. obj = {x | x ist k-dimensionaler Punkt)
    – T(obj) = obj‘ := {T(x) | x $\in$ obj}

- Basis-Transformationen im 2D
  – transformiere 2D Punkt $p = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ in $p' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$
  – Translation
    $$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + dx \\ y + dy \end{bmatrix}$$
  – Skalierung
    $$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot s_x \\ y \cdot s_y \end{bmatrix}$$
  – Rotation
    $$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot \cos\varphi - y \cdot \sin\varphi \\ x \cdot \sin\varphi + y \cdot \cos\varphi \end{bmatrix}$$
  – Spiegelung (x-Achse)
    $$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}$$

- Problem:
  - Matrix-Addition und Matrix-Multiplikation nicht kombinierbar, daher auch die Transformationen nicht beliebig kombinierbar („nicht homogen")
- Lösung:
  - Stelle alle Abbildungen als Matrix-Multiplikation dar
  - Dazu: 3D -Repräsentation der 2D Punkte
  - Stelle $p = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ als 3D Vektor $\hat{p} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ w \end{bmatrix}$ dar
  - Dabei ist w der Skalierungsfaktor; X und Y sind homogene Koordinaten
  - Kartesische Koordinaten Punktes *p* ergeben sich aus den homogenen Koordinaten: *x* = *X/w* und *y* = *Y/w*
  - Homogenisierung: $\begin{bmatrix} X \\ Y \\ w \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} X/w \\ Y/w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$

- Translation

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & dx \\ 0 & 1 & dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + dx \\ y + dy \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Skalierung

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot s_x \\ y \cdot s_y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Rotation

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot \cos\varphi - y \cdot \sin\varphi \\ x \cdot \sin\varphi + y \cdot \cos\varphi \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Spiegelung (x-Achse)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Matrizen der wichtigsten Basis-Transformationen im 3D (homogenisiert => 4D Matrizen)

Translation

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Skalierung

$$\begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Spiegelung (x-Achse)

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

90-Grad Rotation um x-Achse

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

90-Grad Rotation um y-Achse

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

90-Grad Rotation um z-Achse

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

– Übersicht

- Große Anzahl an Ähnlichkeitsmodellen für verschiedene Anwendungen und Objektrepräsentationen
  (Pixel/Voxel, Polygone, Triangulierte Oberflächen, Oberflächenpunkte, etc.)

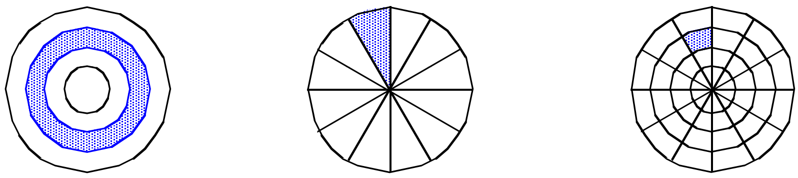
- Beispiele [Iyer, Lou, Jayanti, Kalyanaraman, Ramani. Computer Aided Design, 37(5), 2005]
  – Geometrisches Hashing
  – Algebraische Moment-Invarianten
  – Iterative Closest Points (ICP)
  – Partialle Ähnlichkeitssuche mit Fourier-Transformation
  – Angular Profile, LWL-Codierung (Länge-Winkel-Länge)
  – Section Coding
  – Spherical Harmonics
  – etc.

- Im folgenden: kleine Auswahl

3.2.1 Formhistogramme für 2D und 3D Objekte

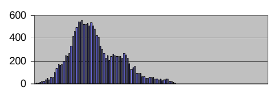
[Ankerst, Kastenmüller, Kriegel, Seidl. Proc. Int. Symp. Large Spatial Databases (SSD), 1999]

- Anwendung:
  - Objekte sind Mengen von Oberflächenpunkten
  - CAD-Bausteine, Moleküle, etc.
- Grundidee: Formhistogramme
  - Partitioniere den Objektraum (2D/3D)
  - Bestimme Anzahl von Oberflächenpunkten des Objekts pro Zelle (normiertes Histogramm; unabhängig von Punktdichte)
  - Verschiedene Raumpartitionierungen

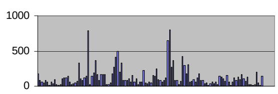


Schalenmodell   Sektorenmodell   Kombiniertes Modell

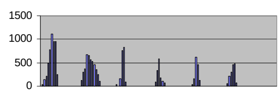
- Beispiel: Protein-Oberfläche



Schalenmodell (120 Schalen)



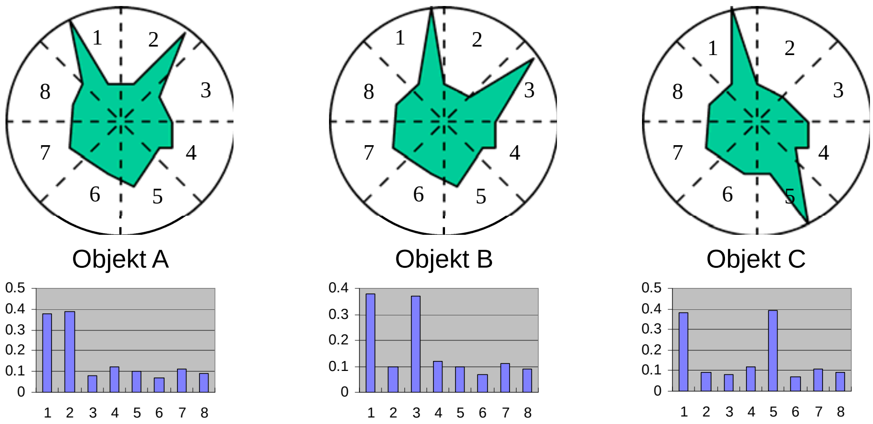
Sektorenmodell (122 Sektoren)



Kombiniertes Modell (20 Schalen, 6 Sektoren)

- Histogramm-Definition modell-spezifisch
  - Schalenmodell: Definiere die Bins über den Abstand zum Mittelpunkt, d.h. Anzahl der Punkte auf der jeweiligen Schale.
  - Sektorenmodell: Anzahl der Punkte im jeweiligen Sektor.
  - Kombiniertes Modell: Synthese aus Schalen- und Sektorenmodell
- Invarianzen
  - Rotationsinvarianz beim Schalenmodell

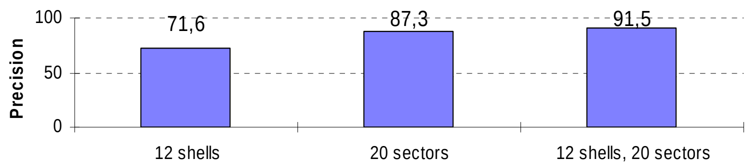
- Problem mit der euklidische Distanz auf Histogrammen



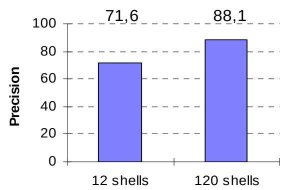
  - Objekt C ist genauso ähnlich zu Objekt A wie Objekt B zu Objekt A
  - Lage der Histogramm-Bins wird nicht berücksichtigt
- Lösung:
  - Quadratische Formdistanz als Distanzfunktion verwenden

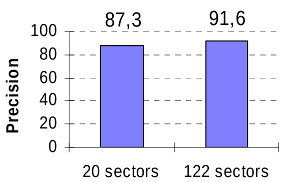
$$dist(p,q) = \sqrt{(p-q)\cdot A \cdot (p-q)^{\mathrm{T}}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{d}\sum_{j=1}^{d} a_{i,j}(p_i - q_i)(p_j - q_j)}$$

  - Ähnlichkeitsmatrix $A = [a_{i,j}]$ enthält die Ähnlichkeit von Einträgen in den Zellen i und j der Raumpartitionierung
  - Eintrag $a_{i,j}$ aus Abstand $d_{i,j}$ der Zellen i,j berechnen: $a_{i,j} = e^{-\sigma (d_{i,j}/d_{\max})^2}$
  - Verwende z.B. Euklidische Distanz als Abstand $d_{i,j}$
- Experimentelle Untersuchung zur Wahl der Partitionierung
  - Datenbank mit Protein-Molekülen, K-NN (k=1) Anfragen mit jedem einzelnen Protein, Precision als Gütemaß



- Experimentelle Untersuchung: Granularität der Partitionierung



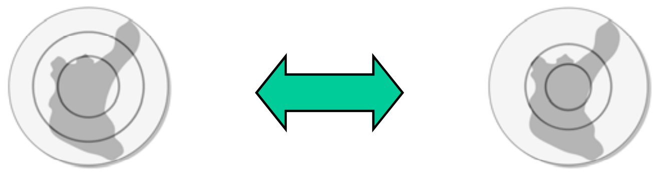


3.2.2 Erweiterungen der Formhistogramme

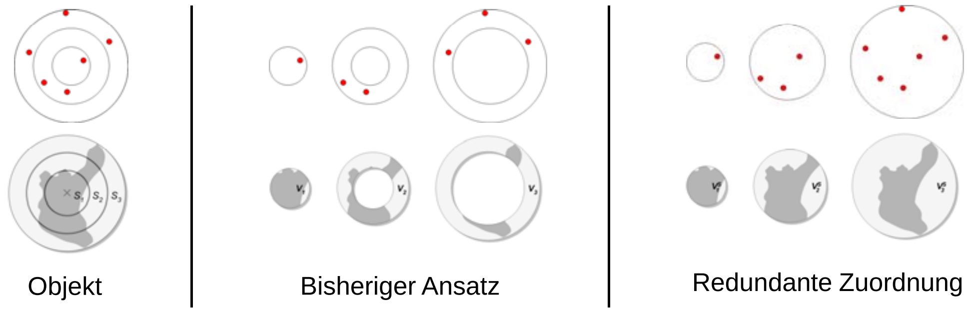
– Verbesserung der Formhistogramme

[Aßfalg, Kriegel, Kröger, Pötke. Proc. Int. Symp. on Spatial and Temporal Databases (SSTD), 2005]

- Proportionale Aufteilung



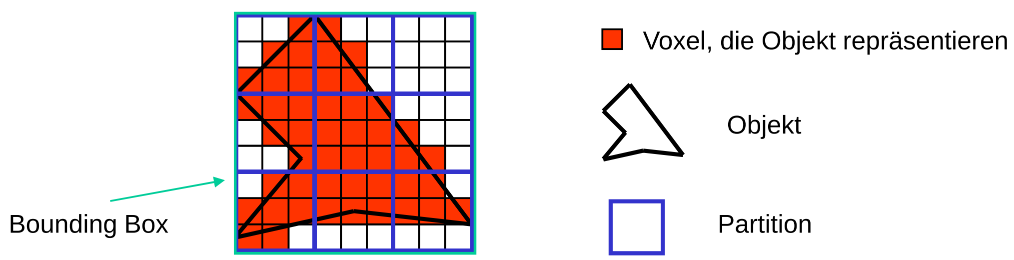
- Redundante Zuordnung zu den Bins



– Erweiterung für Voxelisierte Objekte

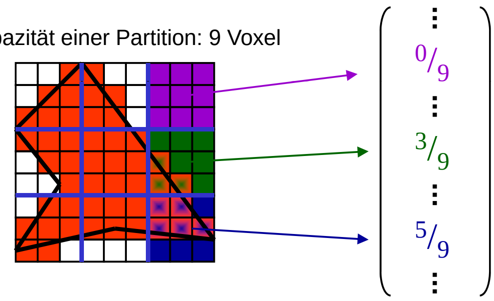
[Kriegel, Kröger, Mashael, Pfeifle, Pötke, Seidl. Proc. Int. Conf. Database Systems for Advanced Applications (DASFAA), 2003]

- Partitionierung
  - Kugelförmige Partitionierung ist bei Voxelmengen nicht sinnvoll
    - » Voxel können auf Schnittfläche zwei oder mehr Partitionen liegen
    - » Zu welchen Partitionen sollen diese Voxel hinzugezählt werden?
    - » Sollen Voxel zu in mehreren Partitionen hinzu gezählt werden?
  - Daher: würfelförmige Partitionierung der Bounding Box eines Objekts
    - » Jedes Voxel liegt in genau einer Zelle
    - » ACHTUNG: Partitionierung nicht mehr rotationsinvariant



- Räumliche Features
  - Volumen Modell (ursprünglicher Ansatz)
    - » Anzahl der Objekt-Voxel pro Partition
    - » Normiert mit der Kapazität einer Partition (# aller Voxel pro Zelle)

Kapazität einer Partition: 9 Voxel



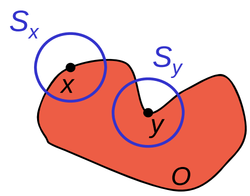
  - Bewertung:
    - » Einfaches Modell
    - » Erweiterung: extrahiere andere Features, die die Form des Objekts innerhalb der Zellen beschreibt („Shape Descriptor"):

      Solid Angle Wert: beschreibt die Konvekität/Konkavität

      Eigenwerte der Hauptachsen: beschreiben die Varianz entlang der Hauptachsen (Objektausrichtung)

- Solid Angle Modell
  - » Voxelisierte Referenzsphäre S_c um Zentrums-Voxel *c*
  - » Berechen für jedes Oberflächen-Voxel v von Objekt *o* den SA-Wert:

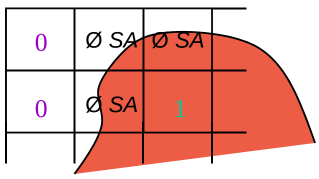
$$SA(v) = \frac{|S_v \cap V^o|}{|S_v|}$$



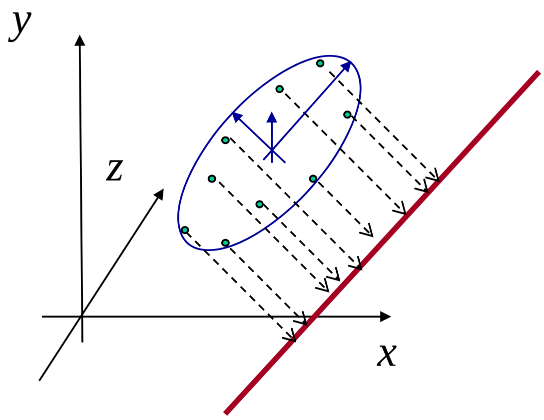
V^o = Voxelmenge, die Objekt *o* repräsentiert

  - » Berechne für jede Zelle *z* ein Feature *f(z)*:

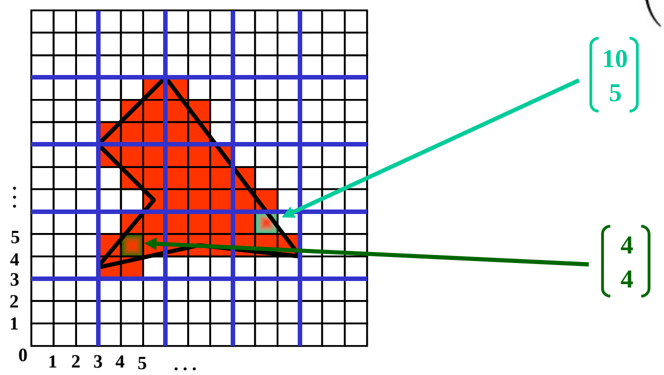
$f(z) = 0$	falls *z* keine Objekt-Voxel enthält
$f(z) = 1$	falls *z* nur Voxel aus dem Inneren des Objekts enthält
$f(z) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} SA(v_j)$	falls *z* m Oberflächen-Voxel v_i des Objekts enthält (durchschnittlicher SA-Wert aller Oberflächenvoxel in *z*)



– Eigenwert Modell
  » Hauptachsenanalyse (PCA)
  » Eigenvektoren und Eigenwerte spannen das minimal umgebende Ellipsoid einer Punktmenge auf
  » Eigenvektoren repräsentieren die Hauptachsen (Hautausdehnungen) der Punktmenge; stehen senkrecht aufeinander
  » Eigenwerte modellieren die Streuung der Punktmenge entlang dieser Hauptachsen
  » Extrahiere diese Streuung der Voxelmenge innerhalb einer Zelle als Feature



» Modelliere jedes Voxel *v* des Objekts *o* als Vektor $\vec{v}^{\,o} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$



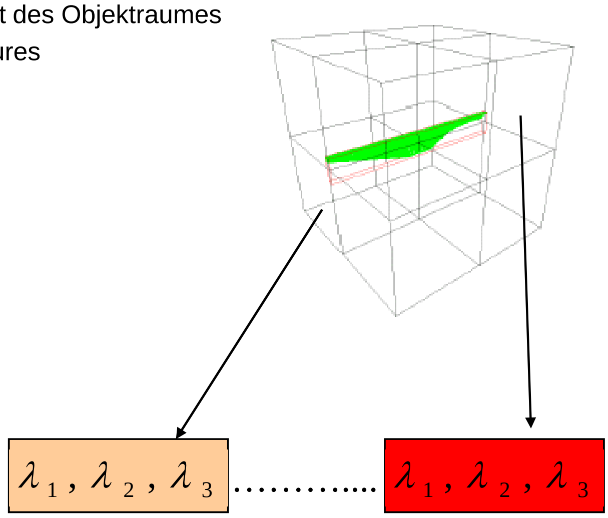
» PCA: Kovarianzmatrix von Voxeln des Objekts o in Zelle i

$$\mathrm{Cov}_i^o = \frac{1}{|V_i^o|-1}\begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{|V_i^o|} x_j^2 & \sum_{j=1}^{|V_i^o|} x_j y_j & \sum_{j=1}^{|V_i^o|} x_j z_j \\ \sum_{j=1}^{|V_i^o|} x_j y_j & \sum_{j=1}^{|V_i^o|} y_j^2 & \sum_{j=1}^{|V_i^o|} y_j z_j \\ \sum_{j=1}^{|V_i^o|} x_j z_j & \sum_{j=1}^{|V_i^o|} y_j z_j & \sum_{j=1}^{|V_i^o|} z_j^2 \end{pmatrix}$$

$V_i^{\,o}$ = Voxelmenge in Zelle *i*, die Objekt *o* repräsentiert

- » Bestimmung der Eigenwerte $\lambda_1, \ldots, \lambda_d$ der Kovarianzmatrix
- » Für 3D Objekte 3 Eigenwerte
- » Allgemein: *d* = Dimensionalität des Objektraumes
- » Pro Zelle *z*: extrahiere *d* Features

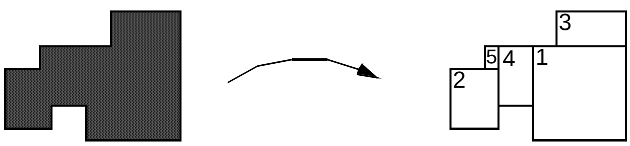
$$f(z) = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_d \end{pmatrix}$$



– Vergleich: Bei *k* Zellen
  - » Volumen Modell: *d*-dimensionales Objekt entspricht *k*-dimensionalem Vektor
  - » Solid Angle Modell: *d*-dimensionales Objekt entspricht *k*-dimensionalem Vektor
  - » Eigenwert Modell: *d*-dimensionales Objekt entspricht $(d \cdot k)$-dimensionalem Vektor

3.2.3 Überdeckungsmodell für 2D-Formen

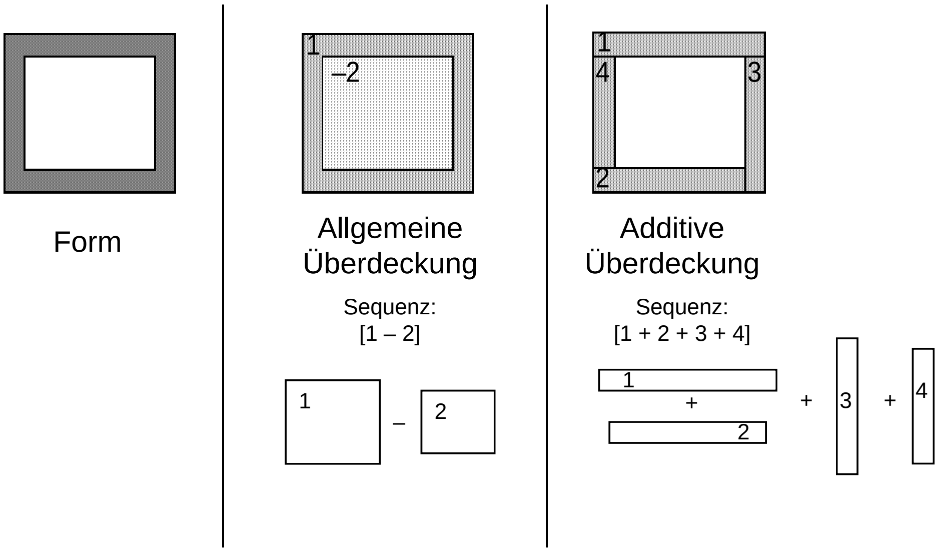
– Idee [Jagadish. Proc. ACM Int. Conf. on Management of Data (SIGMOD) 1991]
  - Ähnlichkeitsmodell für 2D Objekte (leicht erweiterbar auf 3D)
  - Distanzfunktion: Flächeninhalt der symmetrischen Differenz zweier Formen.
  - Hier: Translations- und skalierungsinvariant, nicht jedoch rotationsinvariant.
  - Vorgehen: Repräsentation der Formen durch rechteckige Überdeckungen.
  - Speicherung der Rechtecksflächenmaßzahlen z.B. der Größe nach geordnet.



– Objektmodell
  - Formen sind als konturierte Objekte gegeben (d.h. Polygone)
  - Extraktion von Formen aus Grauwertbildern möglich, solange klare Konturen bestimmt werden können (Probleme z.B. bei teilweise verdeckten Objekten)
  - Polygone müssen nicht konvex sein (Einbuchtungen möglich)

– Rechtecksüberdeckung
  - Additive Überdeckung
    Durch eine Folge von Rechtecken $[R_1, R_2, \ldots, R_k]$ ist eine Folge von additiven Überdeckungen $[C_0, C_1, \ldots]$ wie folgt definiert:
    $$C_0 = \varnothing, \quad C_{i+1} = C_i \cup R_{i+1}$$
  - Allgemeine Überdeckung
    Neben dem Hinzufügen von Rechtecksflächen ($\cup$) ist auch das Entfernen von Rechtecksflächen (–) möglich:
    $$C_0 = \varnothing, \quad C_{i+1} = C_i \cup R_{i+1} \quad \text{oder} \quad C_{i+1} = C_i - R_{i+1}$$

- Für endliche Formen S konvergieren (additive) Überdeckungs-sequenzen schon im Endlichen, d.h. es gibt ein K, so dass $C_K = S$, und wir definieren $C_j = C_K$ für $j \geq K$.
- Überlappungen sind erlaubt, sollen aber möglichst gering ausfallen



- Approximative Rechtecksüberdeckungen
  - Statt *alle* Rechtecke einer Überdeckung nur *wenige* speichern
  - Entfernen kleiner Rechtecke entspricht dem Beseitigen hochfrequenter Fehler wie Schmutzflecken oder Diskretisierungsfehlern (z.B. bei eingescannten Bildern, Voxelisierung, etc.)

- Approximationsqualität
  - Die ersten Rechtecke einer Überdeckung sollen schon eine möglichst gute Approximation der ursprünglichen Form liefern
  - Kumulatives Fehlerkriterium: Die Approximationsfehler der Überdeckungssequenz [C_0, C_1, …, *S*] werden sukzessive aufsummiert, die Gesamtsumme zählt:

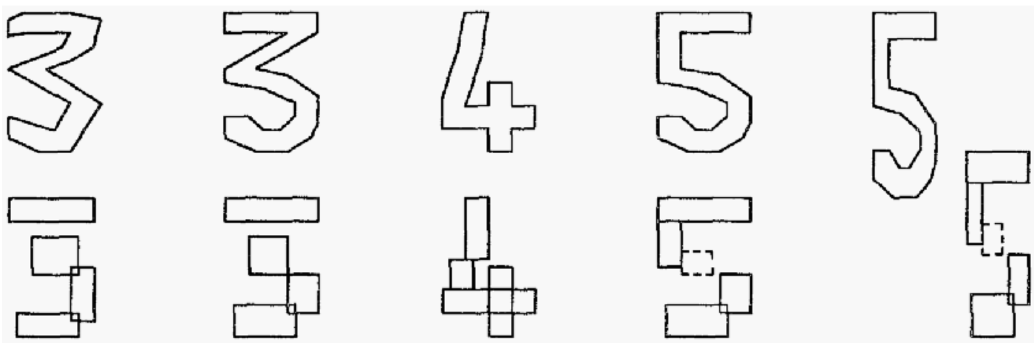
$$\text{kumulativer Fehler} = \sum_{i=1}^{n} |S - C_i|$$

  - Minimierung der Gesamtsumme:

    => Minimierung der "frühen" Fehler $|S - C_i|$ für kleine *i*, da diese mehrfach gewertet werden

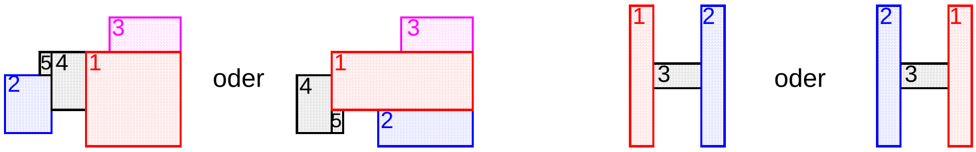
- Beispiel [Jagadish. Proc. ACM Int. Conf. on Management of Data (SIGMOD) 1991]

Formen

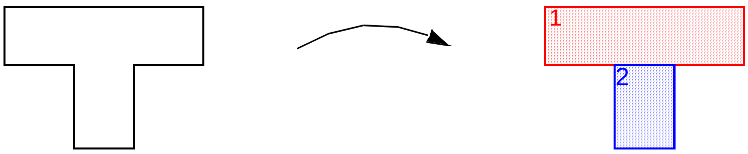


„erste" Rechtecke der Überdeckungssequenz

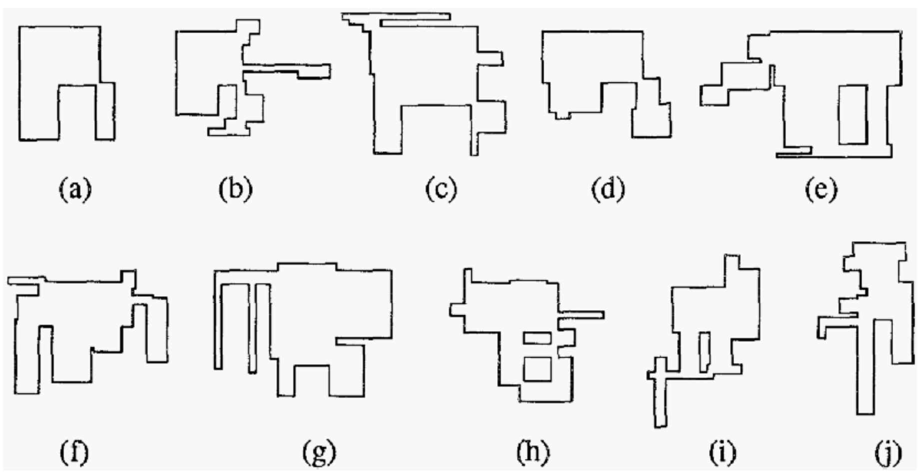
- Probleme der Rechtecksüberdeckung
  - Nicht-eindeutige Repräsentation
    - » Es kann unterschiedliche optimale Zerlegungen eines Objektes geben
    - » Insbesondere bei Symmetrie ist die Reihenfolge der Rechtecke nicht eindeutig
    - » Lösung: Objekt mehrfach speichern oder mehrfache Anfragen für eine Form



  - Rechteckige Formen
    - » Wird eine Form schon durch wenige Rechtecke exakt beschrieben, besteht die Überdeckungssequenz ggf. aus weniger Elementen, als bei anderen Objekten
    - » Lösung: speichere „dummy“ Rechtecke (ohne Ausdehnung)



- Ähnlichkeitsanfragen
  - Testbed
    - » Datenbank: 16.000 synthetische Formen
    - » Form = Zusammensetzung von 10 zufällig erzeugten Rechtecken
    - » Additive Überdeckungen; jeweils die größten drei Rechtecke der Überdeckung in Index abgespeichert
    - » Anfragen: Bereichsanfragen um zufällig ausgewählte Formen der Datenbank
  - Beispiel für das Ergebnis einer Ähnlichkeitsanfrage:
    (a: Anfrageform; b – j: Ergebnisformen)

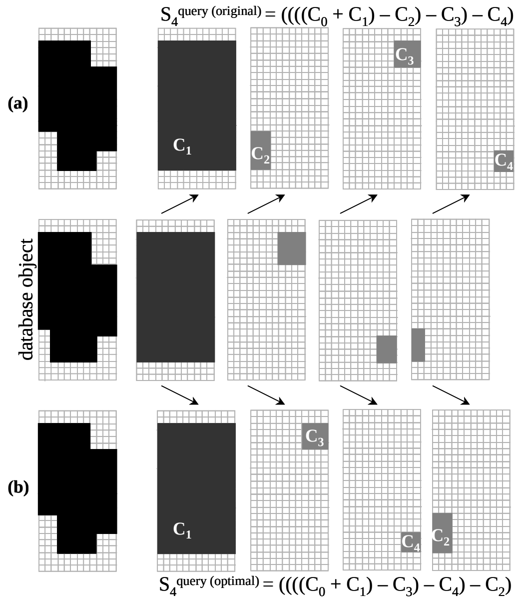


Quelle:
[Jagadish. Proc. ACM Int. Conf. on Management of Data (SIGMOD) 1991]

3.2.4 Erweiterung des Überdeckungsmodell für 3D-Objekte

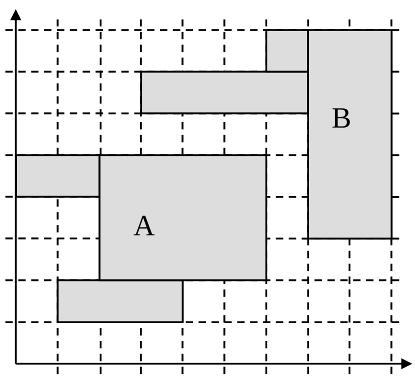
[Kriegel, Brecheisen, Kröger, Pfeifle, Schubert. Proc. ACM Int. Conf. on Management of Data (SIGMOD) 2003]

– Motivation:
  - Ähnlichkeitsmodell für voxelisierte 3D-CAD Daten
  - Ziel: Größere Flexibilität beim Vergleich einzelner Überdeckungen innerhalb einer Überdeckungssequenz.
    – Löst das Problem der uneindeutigen Überdeckungssequenz ohne (Query-)Objekte mehrfach abzuspeichern



– Idee:
  - Objekt wird nicht mehr durch einen großen Feature-Vektor repräsentiert (Paramter der ersten *k* Überdeckungen)
  - Objekt wird nun durch eine Menge von Feature Vektoren repräsentiert
    – Jede Überdeckung wird zu einem 2·D-dimensionalen Feature-Vektor
      » Koordinaten für den Eckpunkt der Überdeckung (D Werte)
      » Ausdehnungen der Überdeckungen entlang der Raumachsen (D Werte)
    – Überdeckungssequenz wird zu einer Menge von Feature Vektoren
    – 2D Beispiel

Mengen!!!
A = {(1,1,3,1),(2,2,4,3),(0,4,2,1)}
B = {(7,3,2,4),(3,6,4,1),(6,7,1,1)}



– Abstand auf Punktmengen

- Mengen Aufzählung
  - Sei S eine endliche Menge
  - Abbildung $\pi(S)$ heißt Aufzählung von S, wenn jedem $s \in S$ eine eindeutige Nummer zuordnet, d.h. $\pi(s) = i \in \{1, \ldots, |S|\}$
  - $\Pi(S)$ bezeichnet die Menge aller möglichen Aufzählungen von S

- Minimal Matching Distance
  - Distanz zwischen Punktmengen X und Y
  - Formal („Minimal Weight Perfect Matching Distance“):
    Sei $X = (x_1, \ldots, x_{|X|})$, $Y = (y_1, \ldots, y_{|Y|})$, wobei oBdA $|X| \leq |Y|$
    Sei w eine Gewichtsfunktion für nicht zugeordnete Punkte

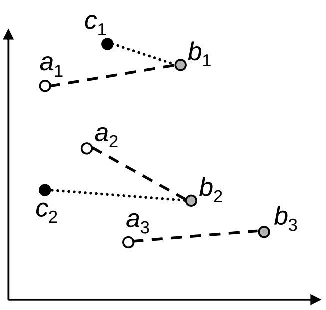
$$\text{MinMatchDist}(X,Y) = \min_{\pi \in \Pi(Y)} \Big(\underbrace{\sum_{i=1}^{|X|} dist(x_i, y_{\pi(i)})}_{\text{Jedem } x \text{ genau ein (unterschiedliches) } y \text{ zuordnen}} + \underbrace{\sum_{i=|X|+1}^{|Y|} w(y_{\pi(i)})}_{\text{Jedes noch nicht zugeordnete } y \text{ mit } w \text{ gewichten}} \Big)$$

  - Metrikeigenschaft hängt von der Gewichtsfunktion w ab

  - Gewichstfunktion basierend auf „Dummy-Vektoren“
    » $w(v)$ entspricht Distanz von v zum Null-Vektor, d.h.

$$w(v) = dist(v, \vec{0})$$

- Intuition und Beispiel
  - Punkte der Punktmengen X und Y sind Knoten in einem bipartiten Graphen
  - Kanten (x,y) zwischen den Punkten x und y sind mit $dist(x,y)$ gewichtet
  - Perfektes Matching:
    » Jeder Knoten in X ist mit genau einem Knoten aus Y verbunden
  - Minimales (perfektes) Matching:
    » Summe der Gewichte der Kanten des Matchings ist minimal



$\text{MinMatchDist}(A,B) = dist(a_1,b_1) + dist(a_2,b_2) + dist(a_3,b_3)$

$\text{MinMatchDist}(C,B) = dist(c_1,b_1) + dist(c_2,b_2) + w(b_3)$

mit $w(b_3) = dist(\mathbf{0},b_3)$

– Anfragebearbeitung

- Motivation:
  - Berechnung des Minimalen Matchings ist teuer („Kuhn-Munkres-Algorithmus“: O(k^3), k = Anzahl der Überdeckungen)
- Lösung:
  - Filter/Refinement
  - Gesucht: billigere Distanz, die Lower Bounding Eigenschaft erfüllt
- Centroid Filter
  - Centroid ist der Schwerpunkt/Mittelpunkt einer Punktmenge
  - Lemma:
    - » Seien X und Y Mengen mit k Vektoren und c_X, c_Y die entsprechenden Centroide
    - » Dann gilt

$$k \cdot \mathrm{L}_2(c_X, c_Y) \leq \mathrm{MinMatch}(X, Y)$$

    - » Verwalte Centroide in einem separaten Index
    - » Filter: auf Centroid-Index