

# „M-Baum: Eine effiziente Indexstruktur für Ähnlichkeitsanfragen in metrischen Räumen“<sup>\*</sup>



08. Julii 2004

**Vorlesung Multimedia-Datenbanksysteme**

Dank an *Olaf Schmitt* für Erstellung der Folien

\*P. Ciaccia, M. Patella, P. Zezula; 23. VLDB-Konferenz, 1997, Athen

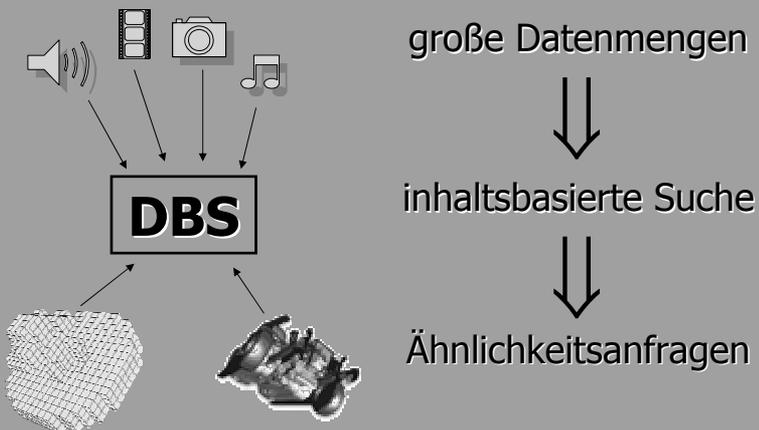
## Übersicht

- Motivation
- Grundlagen
- M-Baum
- Ähnlichkeitssuche im M-Baum
- Erstellung eines M-Baums
- Leistungsevaluation
- Zusammenfassung

# Übersicht

- **Motivation**
- Grundlagen
- M-Baum
- Ähnlichkeitssuche im M-Baum
- Erstellung eines M-Baums
- Leistungsevaluation
- Zusammenfassung

## Motivation



# Motivation (i)

- Objekte werden durch mehrdimensionale Feature dargestellt
- mehrdimensionale Distanzfunktionen



Räumliche Indexstrukturen:

z.B. R-Baum

## **ABER:**

Voraussetzung für solche Strukturen:

1) Vektorraum

nicht alle Daten „passen“ in Vektorräume, z.B. Punktmengen, ...

2)  $L_p$ -Metrik (z.B. Euklidische Metrik)

Annahme:

Distanzberechnung  $\equiv$  trivialer Operation



bei MM-Anwendungen häufig komplexe Distanzfunktionen !

# Motivation (ii)

Suche nach allgemeineren Ansätzen: Metrischer Baum

+ lediglich durch Metrik beschränkt

- bisherige Implementierungen nicht für dynamische DB-Anwendungen geeignet

+ Optimierung auf Anzahl der Distanzberechnungen

- keine Optimierung auf I/O-Kosten wie bei SAM's

## **Ziel:**

Suche dynamischen, balancierten, auf I/O-Kosten optimierenden metrischen Baum

# Übersicht

- Motivation
- **Grundlagen**
- M-Baum
- Ähnlichkeitssuche im M-Baum
- Erstellung eines M-Baums
- Leistungsevaluation
- Zusammenfassung

# Grundlagen

## Metrischer Raum:

Ein Metrischer Raum ist ein Paar  $M = (D, d)$ , wobei  $D$  der Wertebereich der Featurewerte ist und  $d$  eine totale Distanzfunktion (Metrik) mit folgenden Eigenschaften ist:

1.  $d(O_x, O_y) = d(O_y, O_x)$                       symmetrisch
2.  $d(O_x, O_y) > 0$  für  $(O_x \neq O_y)$               nicht negativ  
 $d(O_x, O_x) = 0$
3.  $d(O_x, O_y) \leq d(O_x, O_z) + d(O_z, O_y)$  Dreiecksungl.

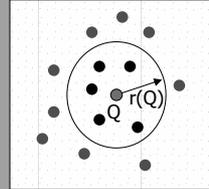
# Grundlagen (i)

## Ähnlichkeitsanfragen:

### Rangequery:

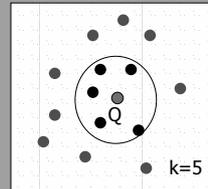
finde alle Objekte, die von Q max.  $r(Q)$   
entfernt sind

$$\text{range}(Q, r(Q)) = \{O_j \mid d(O_j, Q) \leq r(Q)\}$$



### k NN Query:

finde die k nächsten Nachbarn von Q



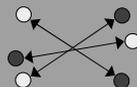
# Grundlagen (ii)

## Darstellung des Metrischen Raums im $\mathbb{R}^2$ :

- nur relative Abstände zwischen Objekten
- keine absoluten Positionen

bekannt:  $d(A,B)$

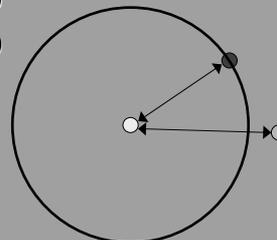
Darstellung:



bekannt:  $d(A,B)$

$d(A,C)$

Darstellung:



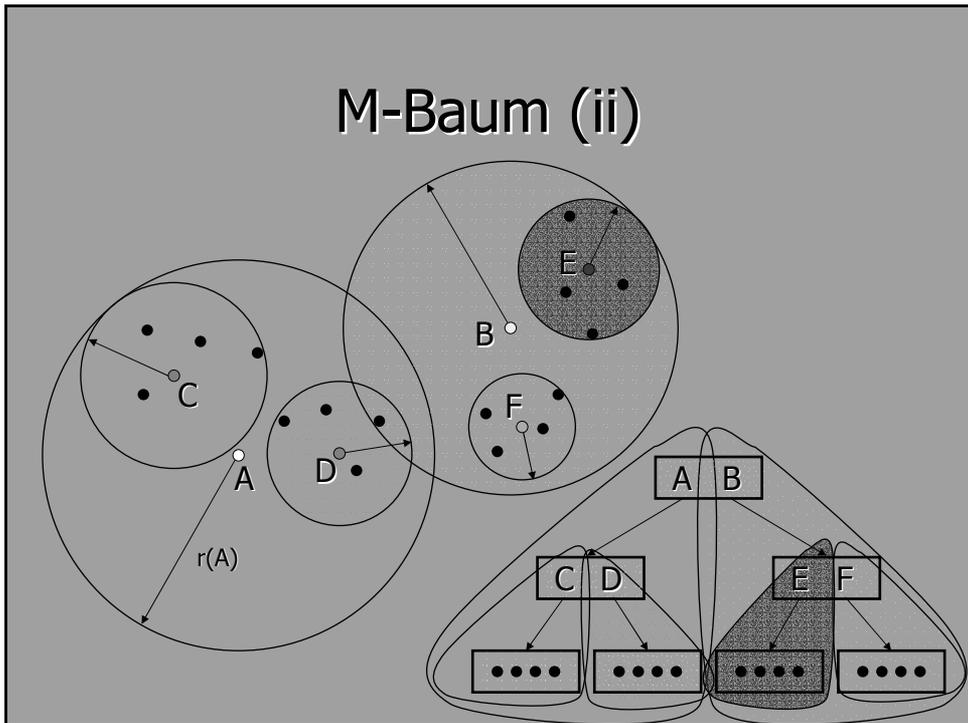
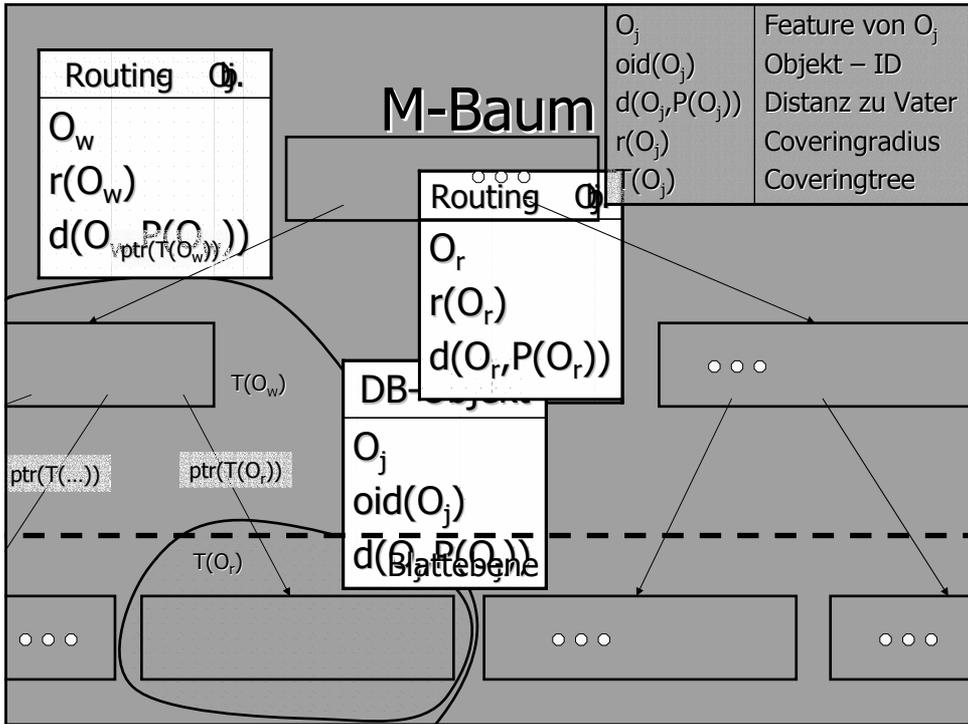
# Übersicht

- Motivation
- Grundlagen
- **M-Baum**
- Ähnlichkeitssuche im M-Baum
- Erstellung eines M-Baums
- Leistungsevaluation
- Zusammenfassung

# M-Baum

M Baum:

- + metrisch
- + seitenorientiert
- + balanciert
- + für große dynamische Datenmengen geeignet
- + erweitert Anwendungsgebiet von z.B. R-Baum beträchtlich
- + optimiert auf Distanzberechnungen und I/O



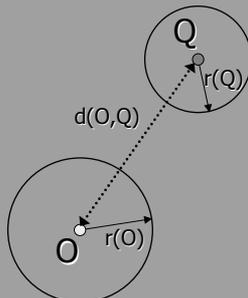
# Übersicht

- Motivation
- Grundlagen
- M-Baum
- **Ähnlichkeitssuche im M-Baum**
- Erstellung eines M-Baums
- Leistungsevaluation
- Zusammenfassung

## Ähnlichkeitssuche im M-Baum

Wann kann ein Teilbaum  $T(O)$  von der Suche ausgeschlossen werden?

Lemma 1:  $d(O, Q) > r(O) + r(Q) \Rightarrow \forall Q_i \in T(O) : d(O, Q_i) > r(Q_i)$



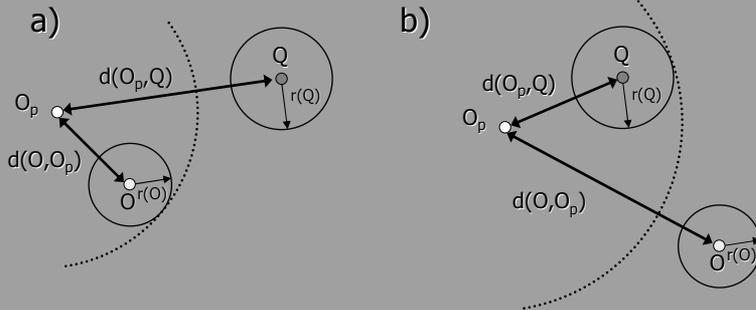
ABER: Berechnung von  $d(O, Q)$  nötig!

# Ähnlichkeitssuche im M-Baum (i)

Wie kann ein Teilbaum  $T(O)$  ohne neue Distanzberechnung ausgeschlossen werden?

Lemma 2:

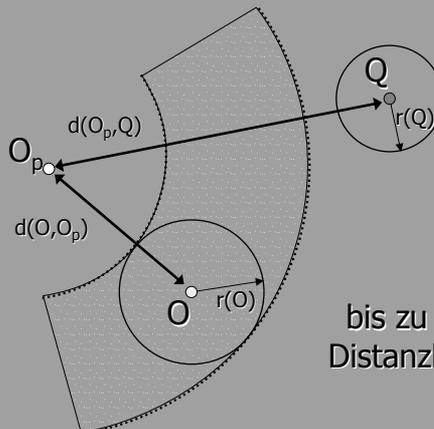
$$|d(O_p, Q) - d(O, O_p)| > r(Q) + r(O) \Rightarrow d(O, Q) > r(Q) + r(O)$$



# Ähnlichkeitssuche im M-Baum (ii)

$$|d(O_p, Q) - d(O, O_p)| > r(Q) + r(O) \Rightarrow d(O, Q) > r(Q) + r(O)$$

a) + b)



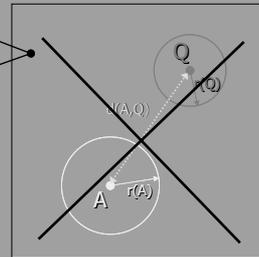
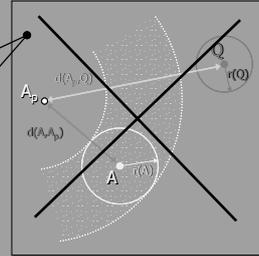
bis zu 40% weniger  
Distanzberechnungen!

# Rangequery

```

01 RS (N:node,Q:query_object,r(Q):search_radius)
02 {
03   let  $O_p$  be parent object of node N;
04   if N is not a leaf then
05   {
06      $\forall O$  in N do:
07     if  $|d(O_p,Q) - d(O,O_p)| \leq r(Q) + r(O)$  then
08     {
09       Compute  $d(O,Q)$ ;
10       if  $d(O,Q) \leq r(Q) + r(O)$  then
11         RS(*ptr(T(O),Q,r(Q));
12     }
13   }
14   else // N is a leaf
15   {
16      $\forall O$  in N do:
17     if  $|d(O_p,Q) - d(O,O_p)| \leq r(Q)$  then
18     {
19       Compute  $d(O,Q)$ ;
20       if  $d(O,Q) \leq r(Q)$  then
21         add oid(O) to result;
22     }
23   }
24 }

```



# k-NN-Query

zwei globale Strukturen:

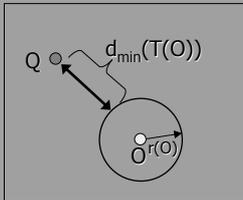
Array NN der Größe k

- enthält die aktuell k nächsten Nachbarn
- Struktur:  $NN[i] = [oid(O), d(O, Q)]$
- $d_i$  = Distanz von  $NN[i]$
- $d_k$  = dynamischer Suchradius

Priority Queue PR

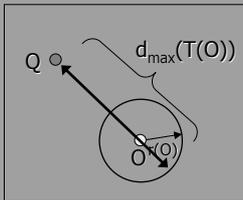
- Zeiger auf „aktive“ Teilbäume, d.h. in denen potentielle Kandidaten enthalten sind
- Struktur:  $\{..., [T(O), d_{\min}(T(O))], \dots\}$

## k-NN-Query (i)



untere Schranke:

- $d_{\min}(T(O)) = \max\{d(O, Q) - r(O), 0\}$
- wenn  $d_{\min}(T(O)) > d_k$  schneide  $T(O)$  ab



obere Schranke:

- $d_{\max}(T(O)) = d(O, Q) + r(O)$
- wenn  $d_{\max}(T(O)) \leq d_k$ , füge  $T(O)$  als Platzhalter in NN ein
- Suchradius kann frühzeitig verringert werden

## k-NN-Query (ii)

Auswahl des nächsten zu durchsuchenden Knotens:

- dynamisches Pruningkriterium ( $> d_k$ )
- daher ist Reihenfolge, in der Teilbäume durchsucht werden für die Laufzeit bedeutsam
- experimentell bestes Verfahren: wähle den Teilbaum  $T(O)$  mit minimalem  $d_{\min}(T(O))$

## k-NN-Query (iii)

```
01 k-NN-Search(T:root_node,Q:query_object,k:integer)
02 {
03     PR := [T,_];
04     for i:=1 to k do: NN[i] = [_,\infty];
05     while PR≠∅ do:
06     {
07         Next_Node=ChooseNode(PR);
08         k-NN_NodeSearch(Next_Node, Q, k);
09     }
10 }
```

```
01 ChooseNode(PR:priority_queue): node
02 {
03     let  $d_{\min}(T(O^*)) = \min\{d_{\min}(T(O))\}$ , considering all
04     the entries in PR;
05     remove entry [ptr(T(O*),  $d_{\min}(T(O^*))$ )] from PR;
06     return T(O*);
07 }
```

## k-NN-Query (iv)

```
01 k-NN_NodeSearch(N:node,Q:query_object,k:integer)
02 {
03     let  $O_p$  be the parent object of node N;
04     if N is not a leaf then {
05          $\forall O$  in N do:
06         if  $|d(O_p,Q) - d(O,O_p)| \leq d_k + r(O)$  then {
07             Compute  $d(O,Q)$ ;
08             if  $d_{\min}(T(O)) \leq d_k$  then {
09                 add [ptr(T(O),  $d_{\min}(T(O))$ )] to PR;
10                 if  $d_{\max}(T(O)) < d_k$  then {
11                      $d_k = \text{NN\_Update}([\_, d_{\max}(T(O))])$ ;
12                     Remove from PR all entries for which  $d_{\min}(T(O)) > d_k$ ;
13                 }
14             }
15         } else { /* N is a leaf */
16              $\forall O$  in N do:
17             if  $|d(O_p,Q) - d(O,O_p)| \leq d_k$  then {
18                 Compute  $d(O,Q)$ ;
19                 if  $d(O,Q) \leq d_k$  then {
20                      $d_k = \text{NN\_Update}([oid(O), d(O,Q)])$ ;
21                     Remove from PR all entries for which  $d_{\min}(T(O)) > d_k$ ;
22                 }
23             }
24     }
```

# Übersicht

- Motivation
- Grundlagen
- M-Baum
- Ähnlichkeitssuche im M-Baum
- **Erstellung eines M-Baums**
- Leistungsevaluation
- Zusammenfassung

## Erstellung eines M-Baums

In welchen Blattknoten soll  $O_n$  eingefügt werden?

- von der Wurzel beginnend bis auf Blattebene absinken
- wähle jeweils den Teilbaum  $T(O)$  für den  $r(O)$  nicht erhöht werden muss
- existieren mehrere mit  $d(O, O_n) \leq r(O)$ , wähle den  $T(O)$ , wobei  $d(O, O_n)$  minimal ist
- sonst wähle den Teilbaum, dessen  $r(O)$  am wenigsten wächst

# Erstellung eines M-Baums (i)

```

01 Insert(N:node,entry(On):M-tree_entry)
02 {
03     let S be the set of entries in node N;
04     if N is not a leaf then {
05         let Sin = entries such that d(O,On) ≤ r(O);
06         if Sin ≠ ∅ then let entry(O*) ∈ Sin: d(O*,On) is minimum;
07         else {
08             let entry(O*) ∈ S: d(O*,On) - r(O*) is minimum;
09             let r(O*) = d(O*,On);
10         }
11         Insert(T(O*),entry(On));
12     }
13     else { /* N is a leaf */
14         if N is not full
15             then store entry(On) in N
16             else Split(N,entry(On));
17     }
18 }

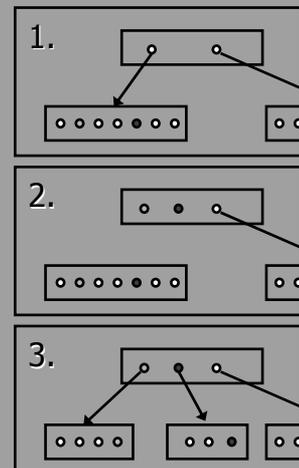
```

# Erstellung eines M-Baums (ii)

Splitmanagement:

- Baum wächst „bottom up“
  - Überlauf der Knoten möglich
- geeignete Behandlung:
  1. wähle zwei Routingobjekte  $O_{p1}$   $O_{p2}$
  2. „promote“ diese in den Vaterknoten
  3. partitioniere restliche Objekte um  $O_{p1}$  und  $O_{p2}$

1.+2.+3. = Splitpolicy



## Erstellung eines M-Baums (iii)

Anforderungen an eine Splitpolicy:

- minimales Volumen:
  - Coveringradius minimal
  - weniger indizierzer „toter“ Raum
- minimale Überlappung
  - weniger Teilbäume müssen durchsucht werden

## Erstellung eines M-Baums (iv)

Promote Strategien:

m\_RAD: komplexeste bzgl. Distanzberechnungen. Für alle Paare wird eine Partitionierung durchgeführt und das Paar gewählt für das  $r(O_{p1})+r(O_{p2})$  minimal ist.

mM\_RAD: wie m\_RAD, nur wird das Paar gewählt, dessen  $\max(r(O_{p1}),r(O_{p2}))$  minimal ist.

RANDOM: ein Paar wird zufällig ausgewählt  
billig + als Referenz geeignet

Partitionierungsstrategie:

Generalized Hyperplane: jedes Objekt wird seinem nächsten Routingobjekt zugeordnet.

# Übersicht

- Motivation
- Grundlagen
- M-Baum
- Ähnlichkeitssuche im M-Baum
- Erstellung eines M-Baums
- **Leistungsevaluation**
- Zusammenfassung

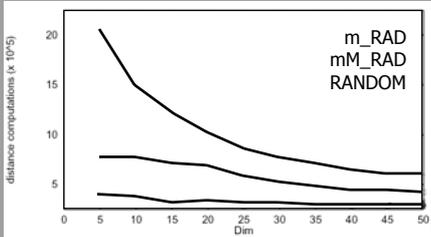
## Leistungsevaluation

Betrachte Anzahl der Distanzberechnungen und Anzahl der I/O Operation bei

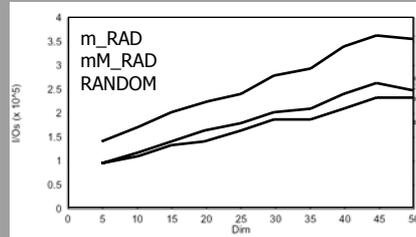
1. steigender Dimensionalität
2. wachsender Anzahl der Objekte

# Leistungsevaluation (i)

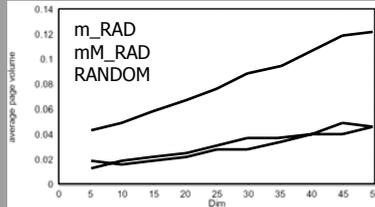
Erstellung eines M-Baums:



Anzahl Distanzberechnungen



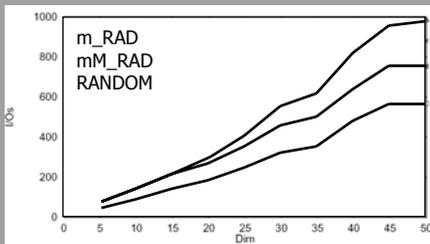
Anzahl I/O-Operationen



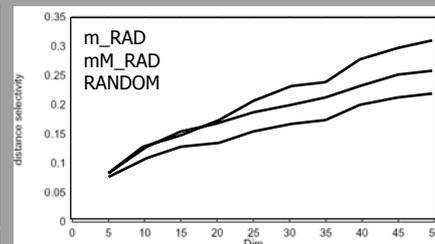
Güte des Baums

# Leistungsevaluation (ii)

Ausführen einer 10 N Query



Anzahl I/O-Operationen

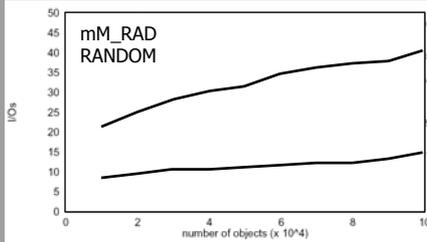


distance-selectivity

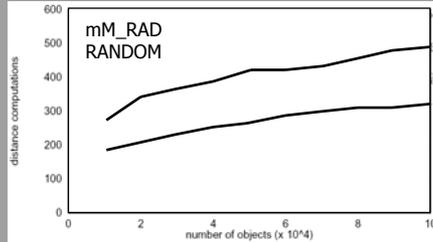
$$\text{distance selectivity} = \frac{\text{\#benötigter Dist. Berechn.}}{\text{\#Objekte}}$$

# Leistungsevaluation (iii)

Ausführen einer 10-NN Query



Anzahl I/O-Operationen

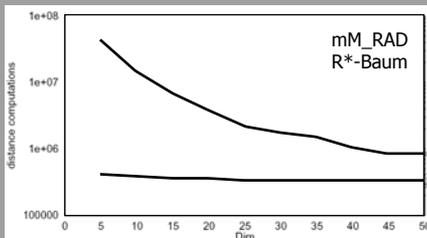


Anzahl Distanzberechnungen

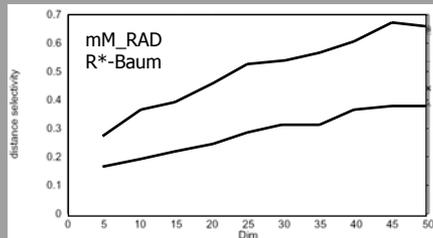
skaliert gut mit wachsender Datenmenge

# Leistungsevaluation (iv)

M-Baum vs R\*-Baum



Anzahl Distanzberechnungen bei Baumerstellung



distance-selectivity bei 10-NN-Query

I/O Kosten sind ähnlich zwischen M- und R\*-Baum

# Übersicht

- Motivation
- Grundlagen
- M-Baum
- Ähnlichkeitssuche im M-Baum
- Erstellung eines M-Baums
- Leistungsevaluation
- **Zusammenfassung**

# Zusammenfassung

M-Baum ist eine Indexstruktur mit folgenden Eigenschaften:

- seitenorientiert, dynamisch
- kann metrischen Raum indizieren
- ist sowohl auf CPU ~~last~~ als auch I/O ~~last~~ optimiert
- skaliert mit wachsender Datenmenge und steigender Dimension gut

# Weitere Aspekte

- Integration in DB
- Filtering M-tree

# Extensible Indexing Framework

SQL '99

deklarative Einbettung

eigene Indexstruktur

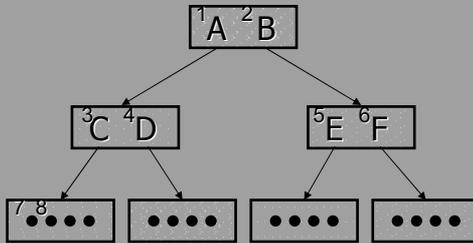
Verwaltung	Anfragebearbeitung
index_create()	index_open()
index_drop()	index_fetch()
index_insert()	index_close()

relationale Abbildung

index_delete()
index_update()

Datenbank-Kern

# Relationale Abbildung



Relationale Abbildung des M-Baums:

par-id	son-id	mt-obj	row-id	...
root	1	...		...
root	2	...		...
1	3	...		...
1	4	...		...
2	5	...		...
2	6	...		...
3	7	...	R1	...
3	8	...	R2	...
...	...	...		...

Indizierte Tabelle:

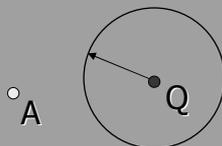
row-id	mt-obj	...
R1	...	...
R2	...	...
...	...	...

# Filtering M-tree

Motivation: weitere Reduktion der Distanzberechnungen

- Filter:
- Filterdistanz  $\leq$  exakte Distanz
  - Filterdistanz effizienter zu berechnen

Beispiel: range query



$$\text{filter}(A,Q) \notin \text{range}(Q)$$



$$\text{exakt}(A,Q) \notin \text{range}(Q)$$