Lösungsvorschlag:

d) Berechnung des mittleren empirischen quadratischen Fehlers:
Lineares Modell: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i = x^T w = 134.86 + 4.57 x_i$
Nichtlineares Modell: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 = x^T w = 149.5 - 1.321 x_i + 0.536 x_i^2$
MSE: $MSE(f,g) = E||f(X) - g(X)||^2 = E||f(X) - f(\hat{X})||^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{1}^{n} (x_i - \hat{x}_i)^2$

Bessere Modelle lassen sich unter anderem durch Hinzunahme zusätzlicher Spalten in X bilden. Z.b. durch die Verwendung von Polynomen höheren Grades. Problem dabei: Nicht nur auf den MSE achten, da Overfitting-Gefahr besteht.

$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$
$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2$
$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \beta_3 x_i^3$
$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \beta_3 x_i^3 + \beta_4 x_i^4$
$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \beta_3 x_i^3 + \beta_4 x_i^4 + \beta_5 x_i^5$

Werte:

x	3	4	5	6	7	8	
y	150	155	150	170	160	175	
$f_{poly1}(x)$	148,57	153,14	157,71	162,29	166,86	171,42	MSE: 30,71
$f_{poly2}(x)$	150,36	152,79	156,28	160,86	166,5	173,21	MSE: 28.93
$\epsilon_{poly3}(x)$							MSE: 28,84
$\epsilon_{poly4}(x)$							MSE: 26,45
$\epsilon_{poly5}(x)$							MSE: 0