Data Mining Tutorial

Outlier Detection

Erich Schubert, Arthur Zimek

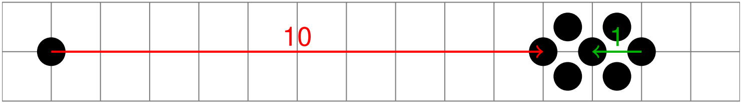
Ludwig-Maximilians-Universität München

18. und 19.01.2018 — KDD Übung 9

Distanzbasierte Ausreißer

Distanzbasierte Ausreißer:
“Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten”

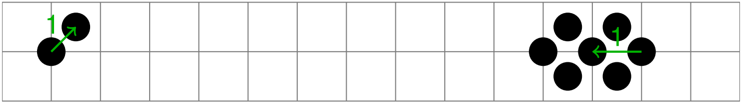
- Distanz zum nächsten Nachbarn



Distanzbasierte Ausreißer

Distanzbasierte Ausreißer:
“Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten”

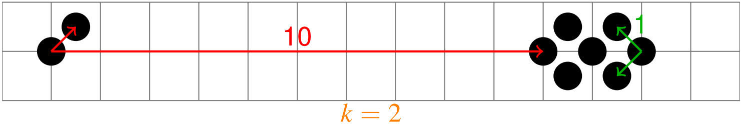
- Distanz zum nächsten Nachbarn
  ⇒ übersieht Ausreißer-Paare



Distanzbasierte Ausreißer

Distanzbasierte Ausreißer:
“Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten”

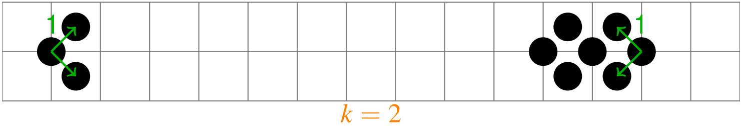
- Distanz zum k nächsten Nachbarn



Distanzbasierte Ausreißer

Distanzbasierte Ausreißer:
“Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten”

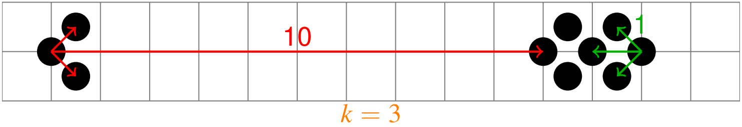
- Distanz zum k nächsten Nachbarn



Distanzbasierte Ausreißer

Distanzbasierte Ausreißer:
“Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten”

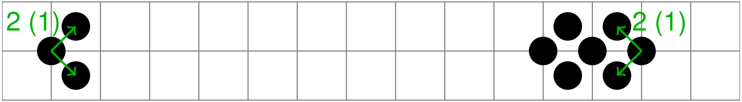
- Distanz zum k nächsten Nachbarn
  $\Rightarrow$ Micro-Cluster ($|C| < k+1$) werden Ausreißer



Distanzbasierte Ausreißer

Distanzbasierte Ausreißer:
“Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten”

- Summe der Distanzen zu den k nächsten Nachbarn
  Etwas robuster bzgl. k und Micro-Clustern

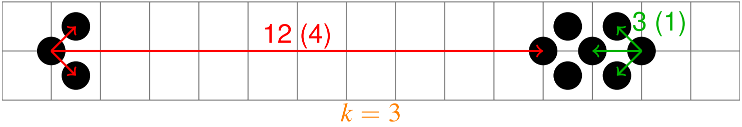


$k = 2$

Distanzbasierte Ausreißer

Distanzbasierte Ausreißer:
“Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten”

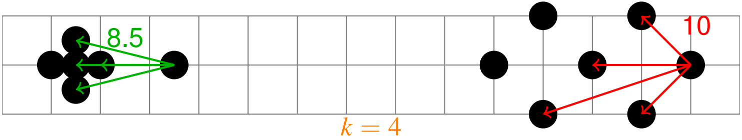
- Summe der Distanzen zu den k nächsten Nachbarn



Distanzbasierte Ausreißer

Distanzbasierte Ausreißer:
“Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten”

- Summe der Distanzen zu den k nächsten Nachbarn
  $\Rightarrow$ Kann aber nicht gut mit unterschiedlichen Dichten umgehen!



Local Outlier Factor

Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn

Local Outlier Factor

Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn
Dichteschätzung basierend auf den Ideen der Clusteringalgorithmen OPTICS und DBSCAN:
“Wann wäre ein Objekt p im *minPts*-Kern *von* o?”

Local Outlier Factor

Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn
Dichteschätzung basierend auf den Ideen der Clusteringalgorithmen OPTICS und DBSCAN:
“Wann wäre ein Objekt p im *minPts*-Kern *von* o?”

$$\textit{reach-dist}_k(p,o) = \max\{k\textit{-distance}(o), \textit{dist}(o,p)\}$$

Local Outlier Factor

Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn
Dichteschätzung basierend auf den Ideen der Clusteringalgorithmen OPTICS und DBSCAN:
“Wann wäre ein Objekt p im *minPts*-Kern *von* o?”

$$\textit{reach-dist}_k(p,o) = \max\{\underbrace{k\textit{-distance}(o)}_{k\textit{NN outlier!}}, \textit{dist}(o,p)\}$$

Local Outlier Factor

Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn
Dichteschätzung basierend auf den Ideen der Clusteringalgorithmen OPTICS und DBSCAN:
“Wann wäre ein Objekt p im *minPts*-Kern *von* o?”

$$\textit{reach-dist}_k(p \leftarrow o) = \max\{k\textit{-distance}(o), \textit{dist}(o,p)\}$$

Vorsicht: diese “Distanz” ist nicht symmetrisch!
Sie hängt von der Kerngröße des *anderen* Objekts o ab.
Ich bevorzuge die Notation “p erreichbar von o”:

$$\textit{reach-dist}_k(p \leftarrow o)$$

um das zu betonen.

Local Outlier Factor

Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn
Dichteschätzung basierend auf den Ideen der Clusteringalgorithmen OPTICS und DBSCAN:
“Wann wäre ein Objekt p im *minPts*-Kern *von* o?”

$$\textit{reach-dist}_k(p \leftarrow o) = \max\{k\textit{-distance}(o), \textit{dist}(o,p)\}$$

Lokale Erreichbarkeitsdichte

$$\textit{lrd}_k(p) = 1 \Big/ \left(\frac{\sum_{o \in \mathcal{N}} \textit{reach-dist}_k(p \leftarrow o)}{|\mathcal{N}|} \right)$$

Local Outlier Factor

Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn
Dichteschätzung basierend auf den Ideen der Clusteringalgorithmen OPTICS und DBSCAN:
“Wann wäre ein Objekt p im *minPts*-Kern *von* o?”

$$\textit{reach-dist}_k(p \leftarrow o) = \max\{k\textit{-distance}(o), \textit{dist}(o,p)\}$$

Lokale Erreichbarkeitsdichte

$$\textit{lrd}_k(p) = 1 \Big/ \left(\frac{1}{|\mathcal{N}|} \sum_{o \in \mathcal{N}} \textit{reach-dist}_k(p \leftarrow o) \right)$$

Local Outlier Factor

Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn
Dichteschätzung basierend auf den Ideen der Clusteringalgorithmen OPTICS und DBSCAN:
“Wann wäre ein Objekt p im *minPts*-Kern *von* o?”

$$\textit{reach-dist}_k(p \leftarrow o) = \max\{k\textit{-distance}(o), \textit{dist}(o,p)\}$$

Lokale Erreichbarkeitsdichte

$$\textit{lrd}_k(p) = \underbrace{1\Big/\Bigg(}_{\text{Kehrwert}} \underbrace{\frac{1}{|\mathcal{N}|}\sum_{o\in\mathcal{N}}}_{\text{mittlere}} \underbrace{\textit{reach-dist}_k(p \leftarrow o)\Bigg)}_{\text{Erreichbarkeit \textit{von} den Nachbarn}}$$

Vorsicht: Division durch 0 (aber nicht bei Ausreißern!)

Local Outlier Factor

$$\mathit{LOF}(p) = \frac{\sum_{o \in \mathcal{N}} \frac{\mathit{lrd}_k(o)}{\mathit{lrd}_k(p)}}{|\mathcal{N}|}$$

Local Outlier Factor

$$\mathit{LOF}(p) = \frac{1}{|\mathcal{N}|} \sum_{o \in \mathcal{N}} \frac{\mathit{lrd}_k(o)}{\mathit{lrd}_k(p)}$$

Local Outlier Factor

$$\mathit{LOF}(p) = \underbrace{\frac{1}{|\mathcal{N}|} \sum_{o \in \mathcal{N}}}_{\text{Mittlere}} \underbrace{\frac{\mathit{lrd}_k(o)}{\mathit{lrd}_k(p)}}_{\text{relative Dichte (der Nachbarn!)}}$$

Local Outlier Factor

$$\mathit{LOF}(p) = \underbrace{\frac{1}{|\mathcal{N}|}\sum_{o\in\mathcal{N}}}_{\text{Mittlere}} \underbrace{\frac{\mathit{lrd}_k(o)}{\mathit{lrd}_k(p)}}_{\text{relative Dichte (der Nachbarn!)}}$$

- p gleich dicht ⇔ relative Dichte $= 1$

Local Outlier Factor

$$\mathit{LOF}(p) = \underbrace{\frac{1}{|\mathcal{N}|}\sum_{o\in\mathcal{N}}}_{\text{Mittlere}} \underbrace{\frac{\mathit{lrd}_k(o)}{\mathit{lrd}_k(p)}}_{\text{relative Dichte (der Nachbarn!)}}$$

- p gleich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte $= 1$
- p ähnlich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte ≈ 1

Local Outlier Factor

$$\mathit{LOF}(p) = \underbrace{\frac{1}{|\mathcal{N}|}\sum_{o\in\mathcal{N}}}_{\text{Mittlere}} \underbrace{\frac{\mathit{lrd}_k(o)}{\mathit{lrd}_k(p)}}_{\text{relative Dichte (der Nachbarn!)}}$$

- p gleich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte $= 1$
- p ähnlich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte ≈ 1
- p weniger dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte > 1

Local Outlier Factor

$$\mathit{LOF}(p) = \underbrace{\frac{1}{|\mathcal{N}|}\sum_{o\in\mathcal{N}}}_{\text{Mittlere}} \underbrace{\frac{\mathit{lrd}_k(o)}{\mathit{lrd}_k(p)}}_{\text{relative Dichte (der Nachbarn!)}}$$

- p gleich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte $= 1$
- p ähnlich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte ≈ 1
- p weniger dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte > 1
- $\mathit{LOF}(p) \gg 1$ für Ausreißer!

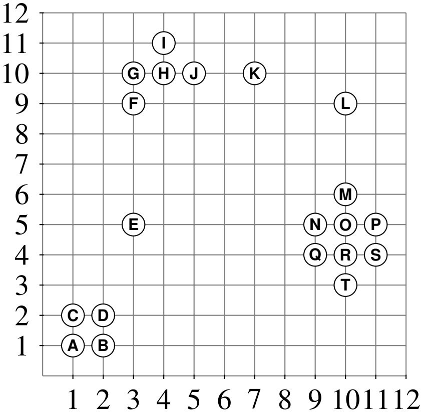
Local Outlier Factor

$$\mathit{LOF}(p) = \underbrace{\frac{1}{|\mathcal{N}|}\sum_{o\in\mathcal{N}}}_{\text{Mittlere}} \underbrace{\frac{\mathit{lrd}_k(o)}{\mathit{lrd}_k(p)}}_{\text{relative Dichte (der Nachbarn!)}}$$

- p gleich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte $= 1$
- p ähnlich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte ≈ 1
- p weniger dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte > 1
- $\mathit{LOF}(p) \gg 1$ für Ausreißer!

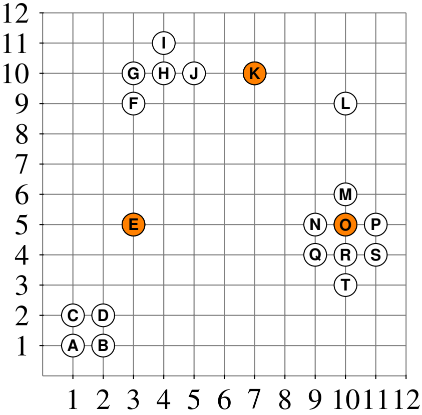
Hinweis: Dichte im Sinne von OPTICS/DBSCAN!
Die Erreichbarkeitsdistanz (*lrd*) wird oft übersehen!

LOF und kNN



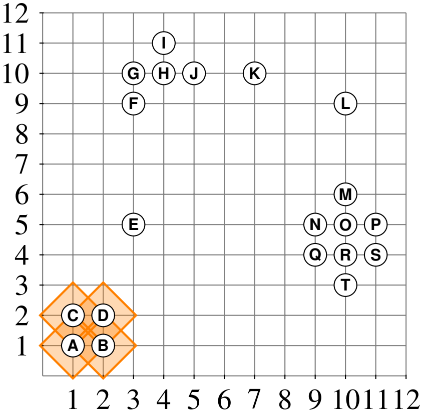
	2NN	2d.	4NN	4d.
A				
B				
C				
D				
E				
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



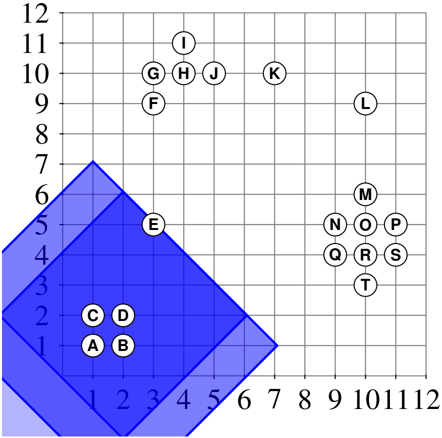
	2NN	2d.	4NN	4d.
A				
B				
C				
D				
E				
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und *k*NN



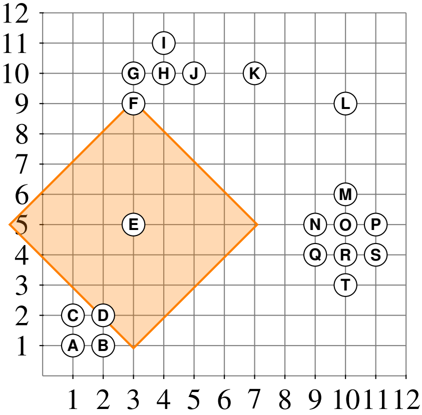
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1		
B	A D	1		
C	A D	1		
D	B C	1		
E				
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



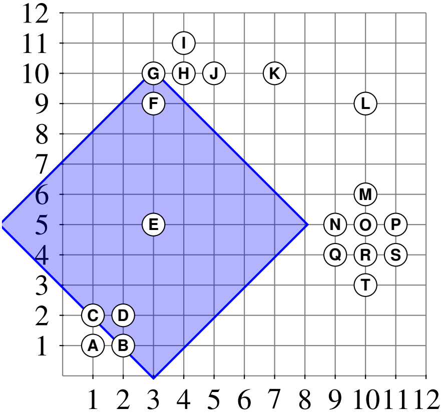
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E				
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



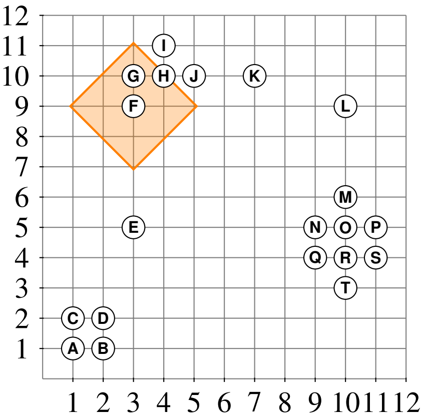
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4		
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



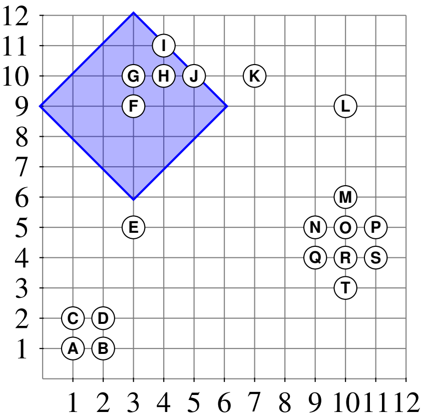
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



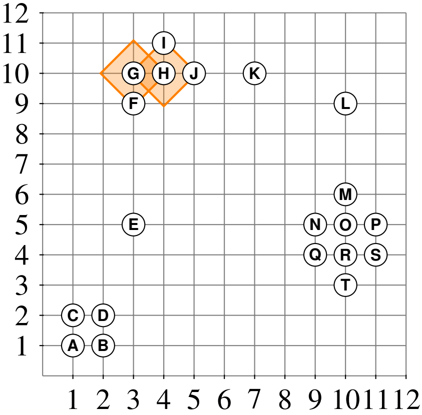
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2		
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



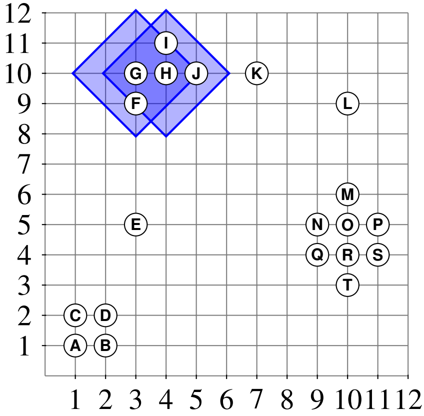
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



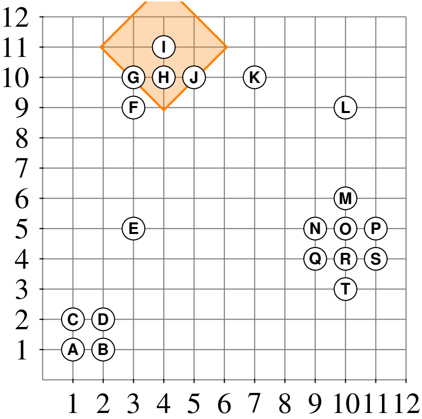
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1		
H	G I J	1		
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



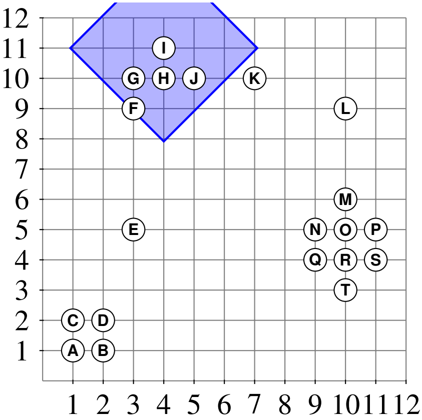
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



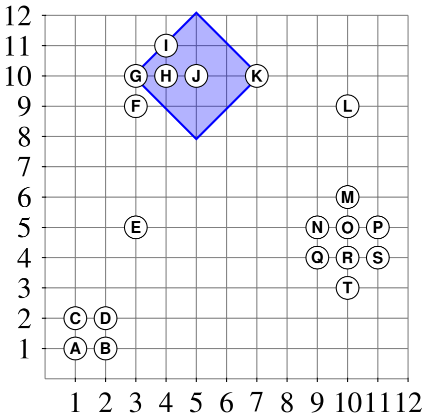
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2		
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



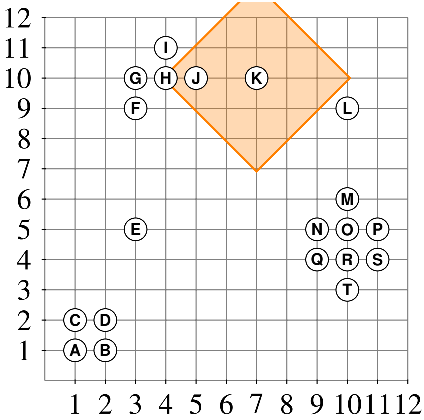
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



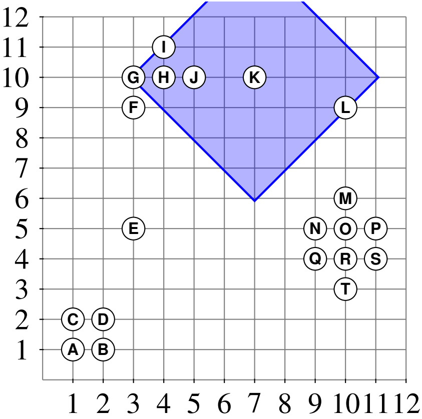
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



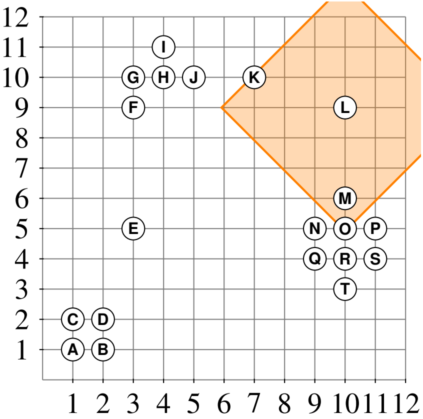
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3		
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



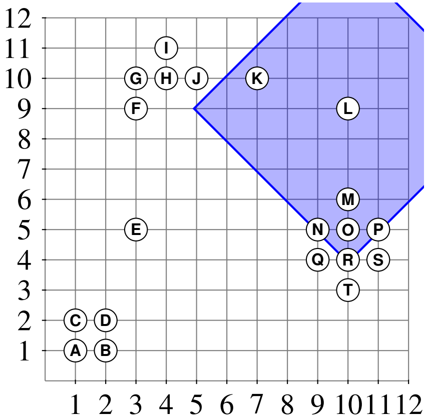
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3	G H I J L	4
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



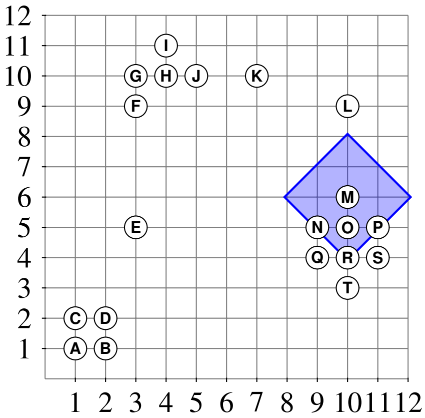
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3	G H I J L	4
L	K M O	4		
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



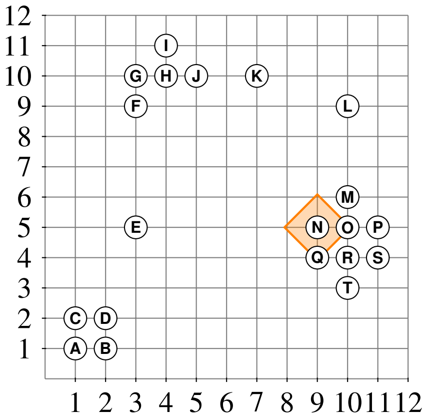
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3	G H I J L	4
L	K M O	4	K M N O P R	5
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



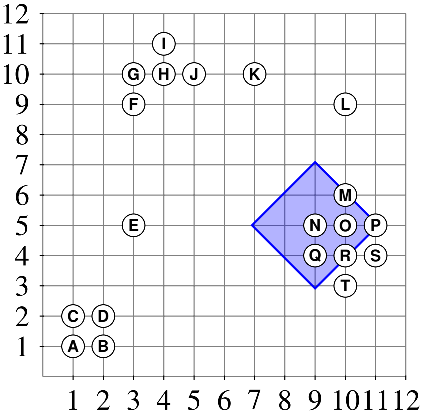
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3	G H I J L	4
L	K M O	4	K M N O P R	5
M	N O P R	2	N O P R	2
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



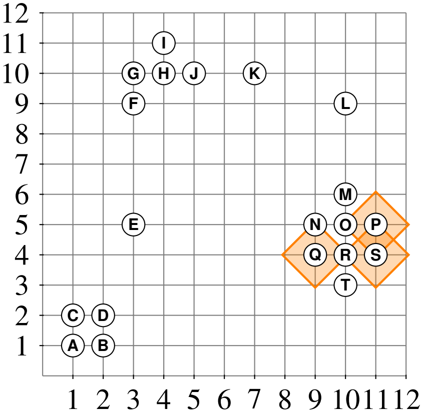
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3	G H I J L	4
L	K M O	4	K M N O P R	5
M	N O P R	2	N O P R	2
N	O Q	1		
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



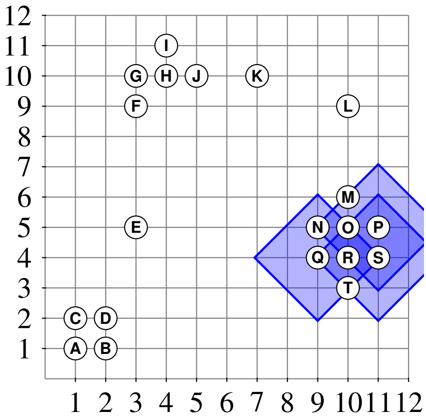
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3	G H I J L	4
L	K M O	4	K M N O P R	5
M	N O P R	2	N O P R	2
N	O Q	1	M O P Q R	2
O				
P				
Q				
R				
S				
T				

LOF und kNN



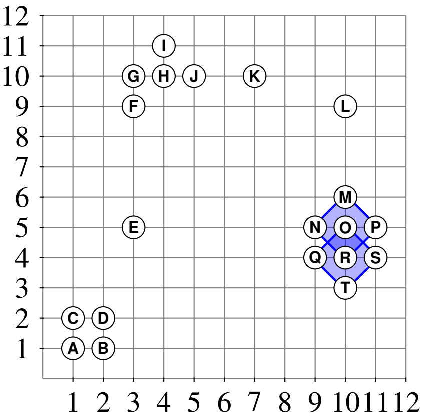
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3	G H I J L	4
L	K M O	4	K M N O P R	5
M	N O P R	2	N O P R	2
N	O Q	1	M O P Q R	2
O				
P	O S	1		
Q	N R	1		
R				
S	P R	1		
T				

LOF und kNN



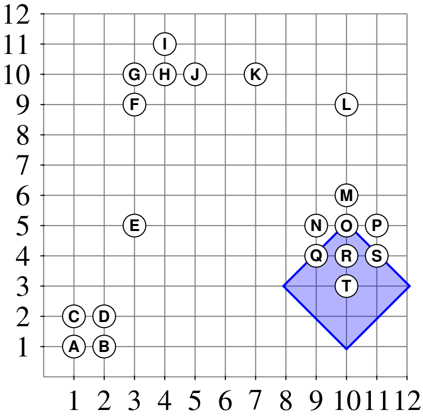
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3	G H I J L	4
L	K M O	4	K M N O P R	5
M	N O P R	2	N O P R	2
N	O Q	1	M O P Q R	2
O				
P	O S	1	M N O R S	2
Q	N R	1	N O R S T	2
R				
S	P R	1	O P Q R T	2
T				

LOF und kNN



	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3	G H I J L	4
L	K M O	4	K M N O P R	5
M	N O P R	2	N O P R	2
N	O Q	1	M O P Q R	2
O	M N P R	1	M N P R	1
P	O S	1	M N O R S	2
Q	N R	1	N O R S T	2
R	O Q S T	1	O Q S T	1
S	P R	1	O P Q R T	2
T				

LOF und kNN



	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3	G H I J L	4
L	K M O	4	K M N O P R	5
M	N O P R	2	N O P R	2
N	O Q	1	M O P Q R	2
O	M N P R	1	M N P R	1
P	O S	1	M N O R S	2
Q	N R	1	N O R S T	2
R	O Q S T	1	O Q S T	1
S	P R	1	O P Q R T	2
T	O Q R S	2	O Q R S	2

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	
C	A D	1	A B D E	5	-	
D	B C	1	A B C E	4		
E	D F	4	B C D F G	5		
F	G H	2	G H I J	3		
G	F H	1	F H I J	2	-	
H	G I J	1	F G I J	2		
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2		
K	H J	3	G H I J L	4		
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	
C	A D	1	A B D E	5	-	
D	B C	1	A B C E	4		
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	
F	G H	2	G H I J	3		
G	F H	1	F H I J	2	-	
H	G I J	1	F G I J	2		
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2		
K	H J	3	G H I J L	4		
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	
C	A D	1	A B D E	5	-	
D	B C	1	A B C E	4		
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3		
G	F H	1	F H I J	2	-	
H	G I J	1	F G I J	2		
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2		
K	H J	3	G H I J L	4		
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	
C	A D	1	A B D E	5	-	
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3		
G	F H	1	F H I J	2	-	
H	G I J	1	F G I J	2		
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2		
K	H J	3	G H I J L	4		
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und *k*NN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	
C	A D	1	A B D E	5	-	
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3		
G	F H	1	F H I J	2	-	
H	G I J	1	F G I J	2		
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2		
K	H J	3	G H I J L	4		
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	
C	A D	1	A B D E	5	-	
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	
G	F H	1	F H I J	2	-	
H	G I J	1	F G I J	2		
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2		
K	H J	3	G H I J L	4		
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	
C	A D	1	A B D E	5	-	
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	
H	G I J	1	F G I J	2		
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2		
K	H J	3	G H I J L	4		
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	
H	G I J	1	F G I J	2		
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2		
K	H J	3	G H I J L	4		
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	
H	G I J	1	F G I J	2		
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2		
K	H J	3	G H I J L	4		
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2		
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2		
K	H J	3	G H I J L	4		
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2		
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2		
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2		
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2		
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2		
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2		
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	
J	G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$
J	G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$
J	G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1		
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$
J	G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$
J	G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$
M	N O P R	2	N O P R	2		
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$
J	G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$
M	N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$
J	G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$
M	N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	$4/(2+1+2+2)$
N	O Q	1	M O P Q R	2		
O	M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$
J	G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$
M	N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	$4/(2+1+2+2)$
N	O Q	1	M O P Q R	2	$2/(1+1)$	
O	M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$
J	G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$
M	N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	$4/(2+1+2+2)$
N	O Q	1	M O P Q R	2	$2/(1+1)$	$5/(2+1+2+2+2)$
O	M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$
P	O S	1	M N O R S	2		
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$
J	G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$
M	N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	$4/(2+1+2+2)$
N	O Q	1	M O P Q R	2	$2/(1+1)$	$5/(2+1+2+2+2)$
O	M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$
P	O S	1	M N O R S	2	$2/(1+1)$	
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$
J	G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$
M	N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	$4/(2+1+2+2)$
N	O Q	1	M O P Q R	2	$2/(1+1)$	$5/(2+1+2+2+2)$
O	M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$
P	O S	1	M N O R S	2	$2/(1+1)$	$5/(2+2+1+2+2)$
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1		
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$
J	G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$
M	N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	$4/(2+1+2+2)$
N	O Q	1	M O P Q R	2	$2/(1+1)$	$5/(2+1+2+2+2)$
O	M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$
P	O S	1	M N O R S	2	$2/(1+1)$	$5/(2+2+1+2+2)$
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1	$4/(1+1+1+2)$	
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A	B C	1	B C D E	6	-	-
B	A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
C	A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$
D	B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$
E	D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$
F	G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$
G	F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$
H	G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$
I	G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$
J	G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$
K	H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$
L	K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$
M	N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	$4/(2+1+2+2)$
N	O Q	1	M O P Q R	2	$2/(1+1)$	$5/(2+1+2+2+2)$
O	M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$
P	O S	1	M N O R S	2	$2/(1+1)$	$5/(2+2+1+2+2)$
Q	N R	1	N O R S T	2	-	-
R	O Q S T	1	O Q S T	1	$4/(1+1+1+2)$	$4/(1+2+2+2)$
S	P R	1	O P Q R T	2	-	-
T	O Q R S	2	O Q R S	2	-	-

LOF und kNN

Finale LOF-Werte für $k = 2$:

$$\begin{aligned}
LOF_2(E) &:= \frac{\frac{2}{2} + \frac{2}{3}}{2} \Big/ \frac{2}{8} \\
&\approx 3.333 \\
LOF_2(O) &:= \frac{\frac{4}{7} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{4}{5}}{4} \Big/ \frac{4}{5} \\
&\approx 1.054 \\
LOF_2(K) &:= \frac{\frac{3}{5} + \frac{4}{8}}{2} \Big/ \frac{2}{5} \\
&\approx 1.375
\end{aligned}$$

LOF und kNN

Finale LOF-Werte für $k = 4$:

$$LOF_4(E) := \frac{\frac{4}{20}+\frac{4}{20}+\frac{4}{21}+\frac{4}{10}+\frac{4}{10}}{5} \Big/ \frac{5}{23}$$

$$\approx 1.279$$

$$LOF_4(O) := \frac{\frac{4}{7}+\frac{5}{9}+\frac{5}{9}+\frac{4}{7}}{4} \Big/ \frac{4}{7}$$

$$\approx 0.986$$

$$LOF_4(K) := \frac{\frac{4}{10}+\frac{4}{10}+\frac{4}{9}+\frac{4}{11}+\frac{6}{26}}{5} \Big/ \frac{5}{18}$$

$$\approx 1.324$$

LOF und kNN

Finale LOF-Werte für $k = 4$:

$$LOF_4(E) := \frac{\frac{4}{20} + \frac{4}{20} + \frac{4}{21} + \frac{4}{10} + \frac{4}{10}}{5} \Big/ \frac{5}{23}$$

$$\approx 1.279$$

$$LOF_4(O) := \frac{\frac{4}{7} + \frac{5}{9} + \frac{5}{9} + \frac{4}{7}}{4} \Big/ \frac{4}{7}$$

$$\approx 0.986$$

$$LOF_4(K) := \frac{\frac{4}{10} + \frac{4}{10} + \frac{4}{9} + \frac{4}{11} + \frac{6}{26}}{5} \Big/ \frac{5}{18}$$

$$\approx 1.324$$

$|\mathcal{N}(p)|$ des betrachteten Objektes

$|\mathcal{N}(o)|$ der Nachbarn

Summe der Erreichbarkeit von o / p

LOF und kNN

Sowohl LOF als auch kNN haben bei $k = 4 = |\{A, B, C, D\}|$ das Problem, dass $k + 1$ größer ist als der kleinste Cluster.

LOF und kNN

Sowohl LOF als auch kNN haben bei $k = 4 = |\{A, B, C, D\}|$ das Problem, dass $k + 1$ größer ist als der kleinste Cluster.

Aber: für 4NN wird der Punkt A der größte Ausreißer.

LOF und kNN

Sowohl LOF als auch kNN haben bei $k = 4 = |\{A, B, C, D\}|$ das Problem, dass $k + 1$ größer ist als der kleinste Cluster.

Aber: für 4NN wird der Punkt A der größte Ausreißer.

Bei LOF, wird lediglich E weniger deutlich, da sich die Dichten der Nachbarn B, C und D reduzieren.
Aber es hat immernoch einen der größten Werte,
und A, B, C, D bleiben “Inlier”!

LOF und kNN

Sowohl LOF als auch kNN haben bei $k = 4 = |\{A, B, C, D\}|$ das Problem, dass $k + 1$ größer ist als der kleinste Cluster.

Aber: für 4NN wird der Punkt A der größte Ausreißer.

Bei LOF, wird lediglich E weniger deutlich, da sich die Dichten der Nachbarn B, C und D reduzieren.
Aber es hat immernoch einen der größten Werte, und A, B, C, D bleiben “Inlier”!

$\Rightarrow$ LOF bleibt auch bei ungünstigem k zuverlässiger.