

Data Mining Tutorial

Outlier Detection

Erich Schubert, Arthur Zimek

Ludwig-Maximilians-Universität München

2013-06-07 — KDD Übung

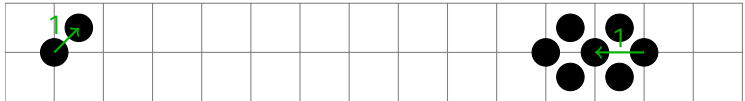
Distanzbasierte Ausreißer:
"Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten"

- Distanz zum nächsten Nachbarn



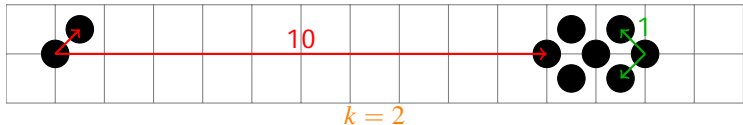
Distanzbasierte Ausreißer:
"Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten"

- Distanz zum nächsten Nachbarn
⇒ übersieht Ausreißer-Paare



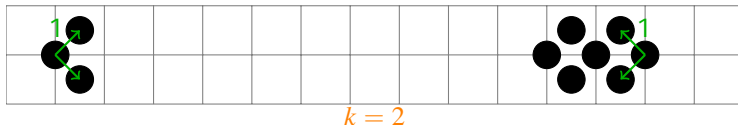
Distanzbasierte Ausreißer:
"Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten"

- Distanz zum k nächsten Nachbarn



Distanzbasierte Ausreißer:
"Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten"

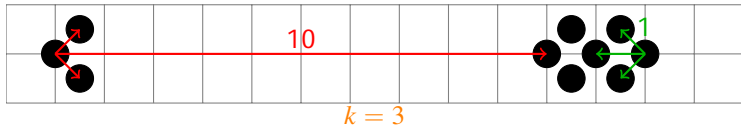
- Distanz zum k nächsten Nachbarn



Distanzbasierte Ausreißer:

“Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten”

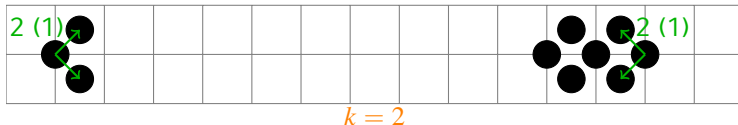
- Distanz zum k nächsten Nachbarn
 $\Rightarrow$ Micro-Cluster ($|C| < k + 1$) werden Ausreißer



Distanzbasierte Ausreißer:

“Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten”

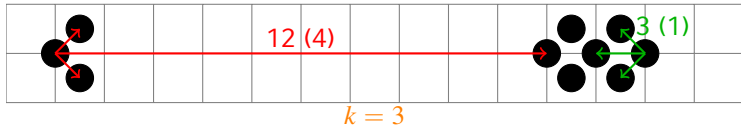
- Summe der Distanzen zu den k nächsten Nachbarn
Etwas robuster bzgl. k und Micro-Clustern



Distanzbasierte Ausreißer:

“Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten”

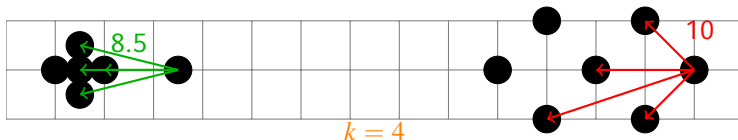
- Summe der Distanzen zu den k nächsten Nachbarn



Distanzbasierte Ausreißer:

“Ausreißer sind weiter weg von den anderen Daten”

- Summe der Distanzen zu den k nächsten Nachbarn
⇒ Kann aber nicht gut mit unterschiedlichen Dichten umgehen!



Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn

Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn
Dichteschätzung basierend auf den Ideen der
Clusteringalgorithmen OPTICS und DBSCAN:
"Wann wäre ein Objekt p im *minPts*-Kern von o ?"

Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn
Dichteschätzung basierend auf den Ideen der
Clusteringalgorithmen OPTICS und DBSCAN:
"Wann wäre ein Objekt p im *minPts*-Kern von o ?"

$$reach-dist_k(p, o) = \max\{k-distance(o), dist(o, p)\}$$

Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn
Dichteschätzung basierend auf den Ideen der
Clusteringalgorithmen OPTICS und DBSCAN:
"Wann wäre ein Objekt p im $minPts$ -Kern von o ?"

$$reach-dist_k(p, o) = \max\{\underbrace{k-distance(o)}_{kNN \text{ outlier!}}, dist(o, p)\}$$

Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn
Dichteschätzung basierend auf den Ideen der
Clusteringalgorithmen OPTICS und DBSCAN:
"Wann wäre ein Objekt p im *minPts*-Kern von o ?"

$$\text{reach-dist}_k(p \leftarrow o) = \max\{k\text{-distance}(o), \text{dist}(o, p)\}$$

Vorsicht: diese "Distanz" ist **nicht symmetrisch**!
Sie hängt von der Kerngröße des *anderen* Objekts o ab.
Ich bevorzuge die Notation " p erreichbar von o ":

$$\text{reach-dist}_k(p \leftarrow o)$$

um das zu betonen.

Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn

Dichteschätzung basierend auf den Ideen der Clusteringalgorithmen OPTICS und DBSCAN:

“Wann wäre ein Objekt p im *minPts*-Kern von o ?”

$$\text{reach-dist}_k(p \leftarrow o) = \max\{k\text{-distance}(o), \text{dist}(o, p)\}$$

Lokale Erreichbarkeitsdichte

$$\text{lrd}_k(p) = 1 / \left(\frac{\sum_{o \in \mathcal{N}} \text{reach-dist}_k(p \leftarrow o)}{|\mathcal{N}|} \right)$$

Idee: Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn

Dichteschätzung basierend auf den Ideen der Clusteringalgorithmen OPTICS und DBSCAN:

“Wann wäre ein Objekt p im *minPts*-Kern von o ?”

$$reach-dist_k(p \leftarrow o) = \max\{k\text{-distance}(o), \text{dist}(o, p)\}$$

Lokale Erreichbarkeitsdichte

$$lrd_k(p) = 1 / \left(\frac{1}{|\mathcal{N}|} \sum_{o \in \mathcal{N}} reach-dist_k(p \leftarrow o) \right)$$

Idee: **Ein Ausreißer ist weniger dicht als seine Nachbarn**

Dichteschätzung basierend auf den Ideen der Clusteringalgorithmen OPTICS und DBSCAN:

“Wann wäre ein Objekt p im *minPts*-Kern von o ?”

$$\text{reach-dist}_k(p \leftarrow o) = \max\{k\text{-distance}(o), \text{dist}(o, p)\}$$

Lokale Erreichbarkeitsdichte

$$\text{Ird}_k(p) = \underbrace{1/}_{\text{Kehrwert}} \left(\underbrace{\frac{1}{|\mathcal{N}|} \sum_{o \in \mathcal{N}}}_{\text{mittlere}} \underbrace{\text{reach-dist}_k(p \leftarrow o)}_{\text{Erreichbarkeit von den Nachbarn}} \right)$$

Vorsicht: Division durch 0 (aber nicht bei Ausreißern!)

$$LOF(p) = \frac{\sum_{o \in \mathcal{N}} \frac{lrd_k(o)}{lrd_k(p)}}{|\mathcal{N}|}$$

$$LOF(p) = \frac{1}{|\mathcal{N}|} \sum_{o \in \mathcal{N}} \frac{lrd_k(o)}{lrd_k(p)}$$

$$LOF(p) = \underbrace{\frac{1}{|\mathcal{N}|} \sum_{o \in \mathcal{N}}}_{\text{Mittlere}} \underbrace{\frac{lrd_k(o)}{lrd_k(p)}}_{\text{relative Dichte (der Nachbarn!)}}$$

$$LOF(p) = \underbrace{\frac{1}{|\mathcal{N}|} \sum_{o \in \mathcal{N}}}_{\text{Mittlere}} \underbrace{\frac{lrd_k(o)}{lrd_k(p)}}_{\text{relative Dichte (der Nachbarn!)}}$$

- p gleich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte = 1

$$LOF(p) = \underbrace{\frac{1}{|\mathcal{N}|} \sum_{o \in \mathcal{N}}}_{\text{Mittlere}} \underbrace{\frac{lrd_k(o)}{lrd_k(p)}}_{\text{relative Dichte (der Nachbarn!)}}$$

- ▶ p gleich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte = 1
- ▶ p ähnlich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte ≈ 1

$$LOF(p) = \underbrace{\frac{1}{|\mathcal{N}|} \sum_{o \in \mathcal{N}}}_{\text{Mittlere}} \underbrace{\frac{lrd_k(o)}{lrd_k(p)}}_{\text{relative Dichte (der Nachbarn!)}}$$

- ▶ p gleich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte = 1
- ▶ p ähnlich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte ≈ 1
- ▶ p weniger dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte > 1

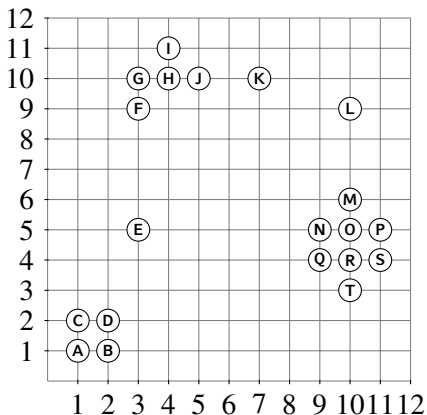
$$LOF(p) = \underbrace{\frac{1}{|\mathcal{N}|} \sum_{o \in \mathcal{N}}}_{\text{Mittlere}} \underbrace{\frac{lrd_k(o)}{lrd_k(p)}}_{\text{relative Dichte (der Nachbarn!)}}$$

- ▶ p gleich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte = 1
- ▶ p ähnlich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte ≈ 1
- ▶ p weniger dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte > 1
- ▶ $LOF(p) \gg 1$ für Ausreißer!

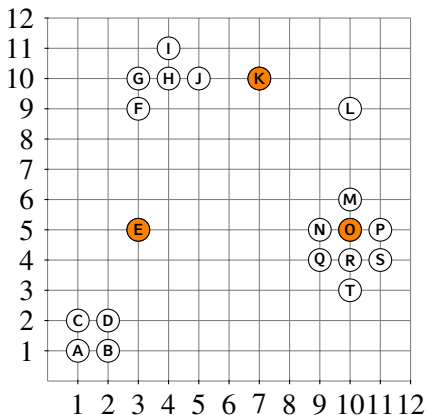
$$LOF(p) = \underbrace{\frac{1}{|\mathcal{N}|} \sum_{o \in \mathcal{N}}}_{\text{Mittlere}} \underbrace{\frac{lrd_k(o)}{lrd_k(p)}}_{\text{relative Dichte (der Nachbarn!)}}$$

- ▶ p gleich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte = 1
- ▶ p ähnlich dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte ≈ 1
- ▶ p weniger dicht $\Leftrightarrow$ relative Dichte > 1
- ▶ $LOF(p) \gg 1$ für Ausreißer!

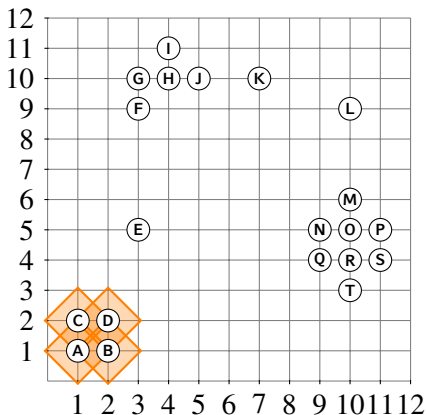
Hinweis: Dichte im Sinne von OPTICS/DBSCAN!
Die Erreichbarkeitsdistanz (lrd) wird oft übersehen!



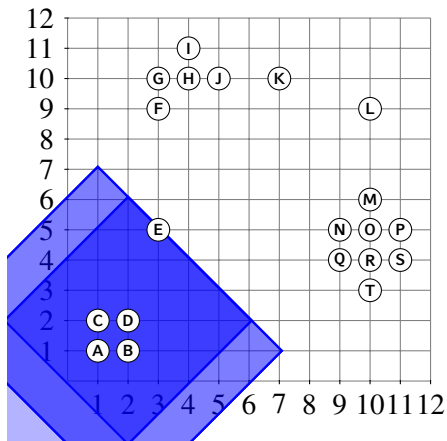
	2NN	2d.	4NN	4d.
A				
B				
C				
D				
E				
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



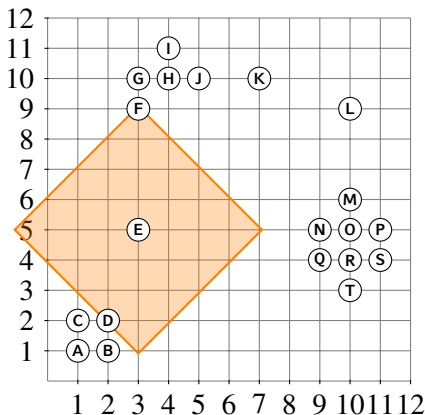
	2NN	2d.	4NN	4d.
A				
B				
C				
D				
E				
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



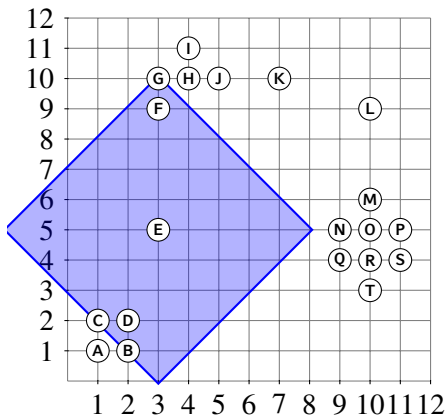
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1		
B	A D	1		
C	A D	1		
D	B C	1		
E				
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



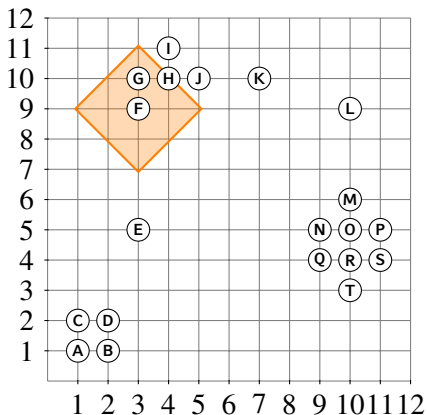
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E				
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



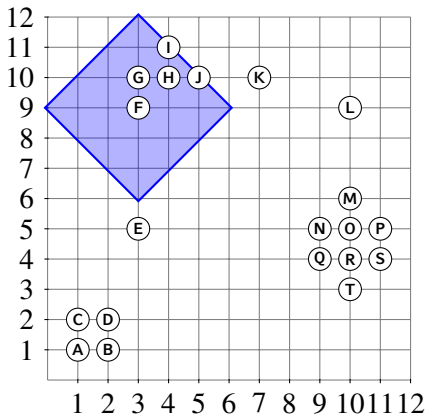
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4		
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



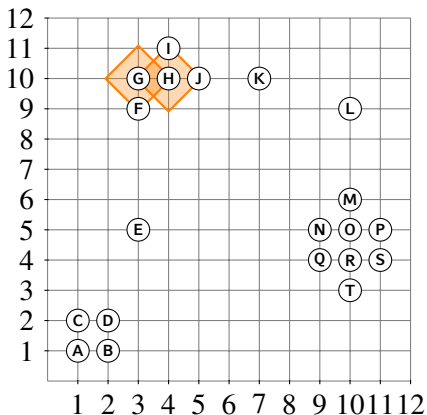
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



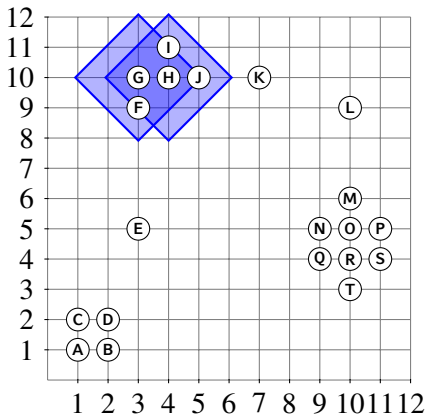
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2		
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



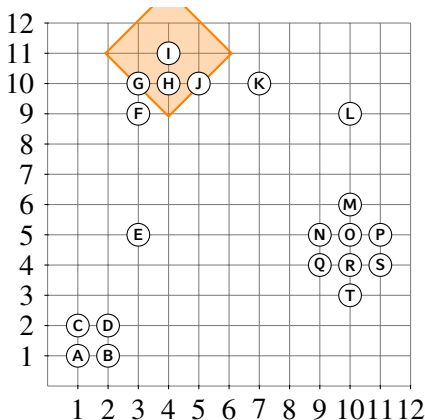
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



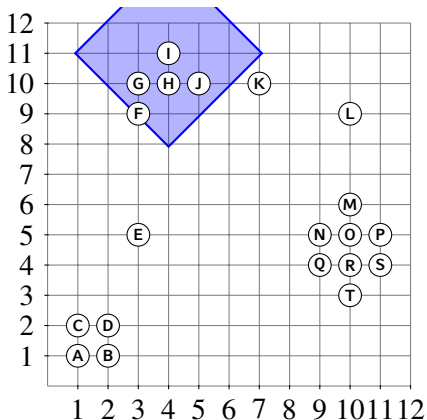
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1		
H	G I J	1		
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



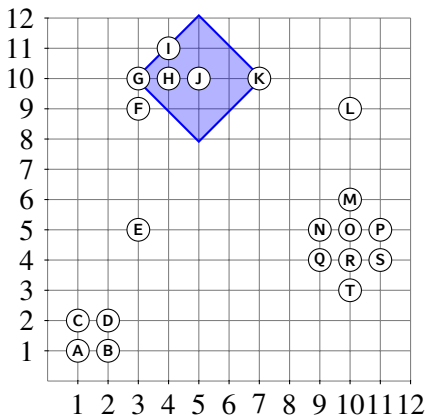
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



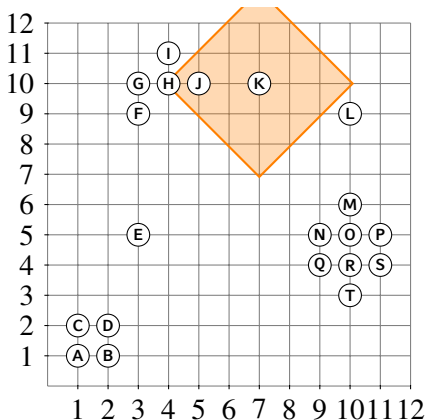
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2		
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



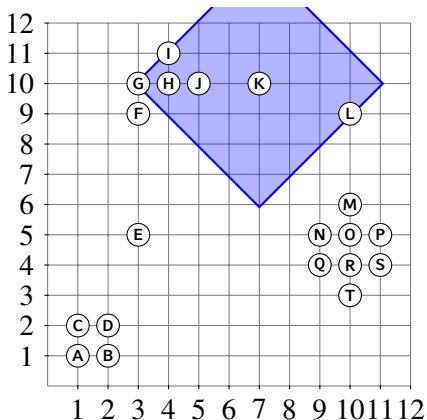
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



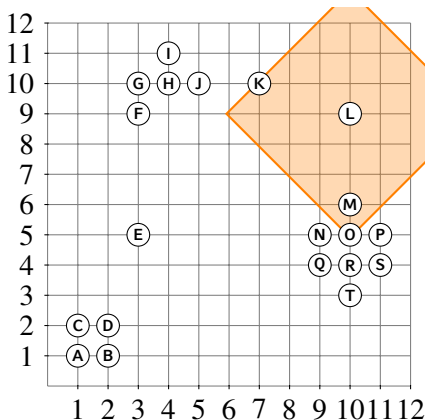
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



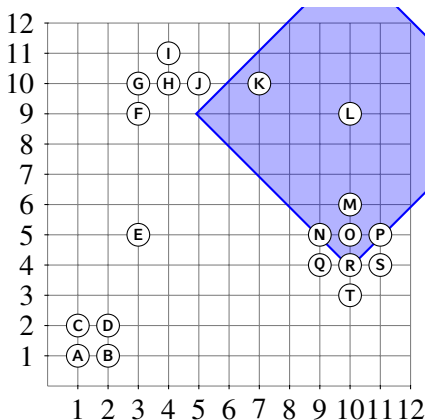
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3		
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



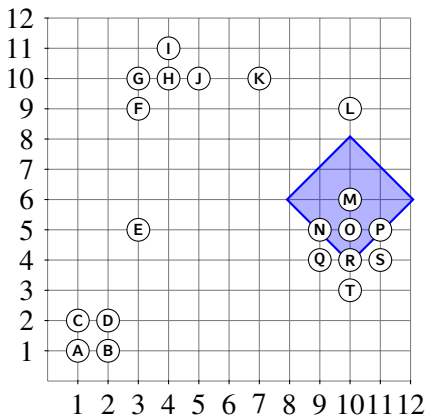
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3	G H I J L	4
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



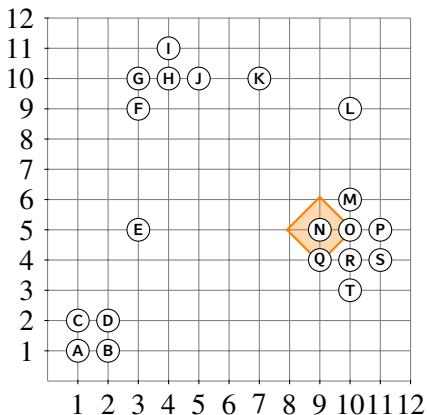
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3	G H I J L	4
L	K M O	4		
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



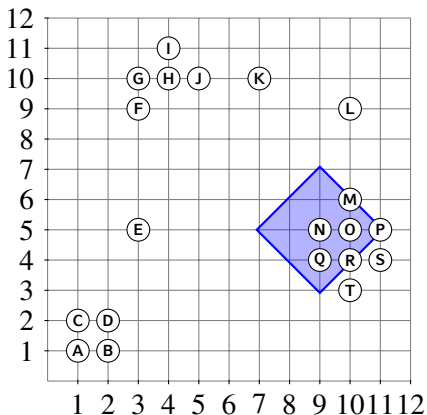
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3	G H I J L	4
L	K M O	4	K M N O P R	5
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



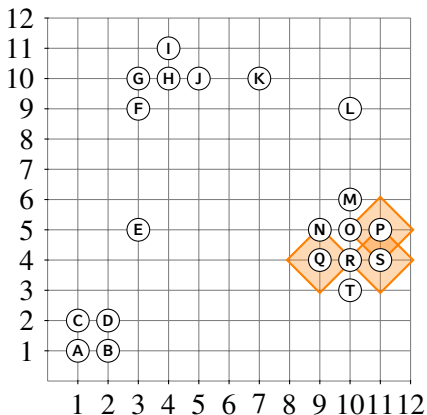
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	B C	1	B C D E	6
B	A D	1	A C D E	5
C	A D	1	A B D E	5
D	B C	1	A B C E	4
E	D F	4	B C D F G	5
F	G H	2	G H I J	3
G	F H	1	F H I J	2
H	G I J	1	F G I J	2
I	G H J	2	F G H J	3
J	G H I K	2	G H I K	2
K	H J	3	G H I J L	4
L	K M O	4	K M N O P R	5
M	N O P R	2	N O P R	2
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



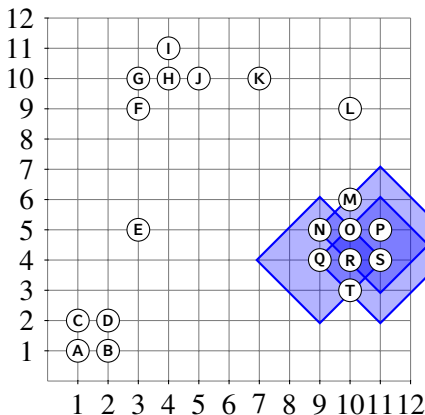
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	BC	1	BCDE	6
B	AD	1	ACDE	5
C	AD	1	ABDE	5
D	BC	1	ABCE	4
E	DF	4	BCDFG	5
F	GH	2	GHIJ	3
G	FH	1	FHIJ	2
H	GIJ	1	FGIJ	2
I	GHJ	2	FGHJ	3
J	GHIK	2	GHIK	2
K	HJ	3	GHIJL	4
L	KMO	4	KMNOPR	5
M	NOPR	2	NOPR	2
N	OQ	1		
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



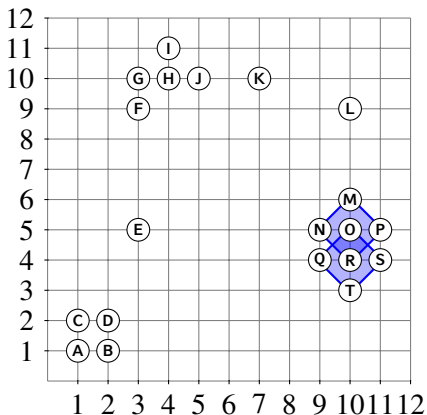
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	BC	1	BCDE	6
B	AD	1	ACDE	5
C	AD	1	ABDE	5
D	BC	1	ABCE	4
E	DF	4	BCDFG	5
F	GH	2	GHIJ	3
G	FH	1	FHIJ	2
H	GIJ	1	FGIJ	2
I	GHJ	2	FGHJ	3
J	GHIK	2	GHIK	2
K	HJ	3	GHIJL	4
L	KMO	4	KMNOPR	5
M	NOPR	2	NOPR	2
N	OQ	1	MOPQR	2
O				
P				
Q				
R				
S				
T				



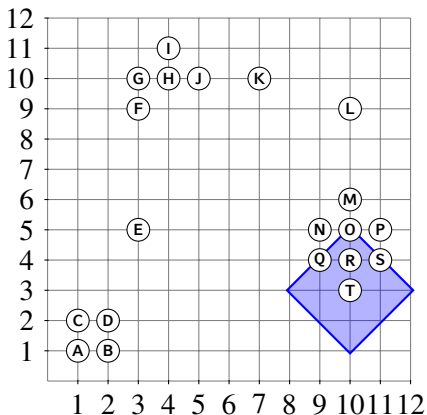
	2NN	2d.	4NN	4d.
A	BC	1	BCDE	6
B	AD	1	ACDE	5
C	AD	1	ABDE	5
D	BC	1	ABCE	4
E	DF	4	BCDFG	5
F	GH	2	GHIJ	3
G	FH	1	FHIJ	2
H	GIJ	1	FGIJ	2
I	GHJ	2	FGHJ	3
J	GHIK	2	GHIK	2
K	HJ	3	GHIJL	4
L	KMO	4	KMNOPR	5
M	NOPR	2	NOPR	2
N	OQ	1	MOPQR	2
O				
P	OS	1		
Q	NR	1		
R				
S	PR	1		
T				



	2NN	2d.	4NN	4d.
A	BC	1	BCDE	6
B	AD	1	ACDE	5
C	AD	1	ABDE	5
D	BC	1	ABCE	4
E	DF	4	BCDFG	5
F	GH	2	GHIJ	3
G	FH	1	FHIJ	2
H	GIJ	1	FGIJ	2
I	GHJ	2	FGHJ	3
J	GHIK	2	GHIK	2
K	HJ	3	GHIJL	4
L	KMO	4	KMNOPR	5
M	NOPR	2	NOPR	2
N	OQ	1	MOPQR	2
O				
P	OS	1	MNORS	2
Q	NR	1	NORST	2
R				
S	PR	1	OPQRT	2
T				



	2NN	2d.	4NN	4d.
A	BC	1	BCDE	6
B	AD	1	ACDE	5
C	AD	1	ABDE	5
D	BC	1	ABCE	4
E	DF	4	BCDFG	5
F	GH	2	GHIJ	3
G	FH	1	FHIJ	2
H	GIJ	1	FGIJ	2
I	GHJ	2	FGHJ	3
J	GHIK	2	GHIK	2
K	HJ	3	GHIJL	4
L	KMO	4	KMNOPR	5
M	NOPR	2	NOPR	2
N	OQ	1	MOPQR	2
O	MNPR	1	MNPR	1
P	OS	1	MNORS	2
Q	NR	1	NORST	2
R	OQST	1	OQST	1
S	PR	1	OPQRT	2
T				



	2NN	2d.	4NN	4d.
A	BC	1	BCDE	6
B	AD	1	ACDE	5
C	AD	1	ABDE	5
D	BC	1	ABCE	4
E	DF	4	BCDFG	5
F	GH	2	GHIJ	3
G	FH	1	FHIJ	2
H	GIJ	1	FGIJ	2
I	GHJ	2	FGHJ	3
J	GHIK	2	GHIK	2
K	HJ	3	GHIJL	4
L	KMO	4	KMNOPR	5
M	NOPR	2	NOPR	2
N	OQ	1	MOPQR	2
O	MNPR	1	MNPR	1
P	OS	1	MNORS	2
Q	NR	1	NORST	2
R	OQST	1	OQST	1
S	PR	1	OPQRT	2
T	OQRS	2	OQRS	2

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	-	
C A D	1	A B D E	5	-	-	
D B C	1	A B C E	4	-	-	
E D F	4	B C D F G	5	-	-	
F G H	2	G H I J	3	-	-	
G F H	1	F H I J	2	-	-	
H G I J	1	F G I J	2	-	-	
I G H J	2	F G H J	3	-	-	
J G H I K	2	G H I K	2	-	-	
K H J	3	G H I J L	4	-	-	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	-	
M N O P R	2	N O P R	2	-	-	
N O Q	1	M O P Q R	2	-	-	
O M N P R	1	M N P R	1	-	-	
P O S	1	M N O R S	2	-	-	
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1	-	-	
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	-	
C A D	1	A B D E	5	-	-	
D B C	1	A B C E	4	-	-	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	-	
F G H	2	G H I J	3	-	-	
G F H	1	F H I J	2	-	-	
H G I J	1	F G I J	2	-	-	
I G H J	2	F G H J	3	-	-	
J G H I K	2	G H I K	2	-	-	
K H J	3	G H I J L	4	-	-	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	-	
M N O P R	2	N O P R	2	-	-	
N O Q	1	M O P Q R	2	-	-	
O M N P R	1	M N P R	1	-	-	
P O S	1	M N O R S	2	-	-	
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1	-	-	
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	-	
C A D	1	A B D E	5	-	-	
D B C	1	A B C E	4	-	-	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	-	-	
G F H	1	F H I J	2	-	-	
H G I J	1	F G I J	2	-	-	
I G H J	2	F G H J	3	-	-	
J G H I K	2	G H I K	2	-	-	
K H J	3	G H I J L	4	-	-	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	-	
M N O P R	2	N O P R	2	-	-	
N O Q	1	M O P Q R	2	-	-	
O M N P R	1	M N P R	1	-	-	
P O S	1	M N O R S	2	-	-	
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1	-	-	
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	-	
C A D	1	A B D E	5	-	-	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$		
F G H	2	G H I J	3	-		
G F H	1	F H I J	2	-		
H G I J	1	F G I J	2	-		
I G H J	2	F G H J	3	-	-	
J G H I K	2	G H I K	2	-	-	
K H J	3	G H I J L	4	-	-	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	-	
M N O P R	2	N O P R	2	-	-	
N O Q	1	M O P Q R	2	-	-	
O M N P R	1	M N P R	1	-	-	
P O S	1	M N O R S	2	-	-	
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1	-	-	
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	-	
C A D	1	A B D E	5	-	-	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	-	-	
G F H	1	F H I J	2	-	-	
H G I J	1	F G I J	2	-	-	
I G H J	2	F G H J	3	-	-	
J G H I K	2	G H I K	2	-	-	
K H J	3	G H I J L	4	-	-	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	-	
M N O P R	2	N O P R	2	-	-	
N O Q	1	M O P Q R	2	-	-	
O M N P R	1	M N P R	1	-	-	
P O S	1	M N O R S	2	-	-	
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1	-	-	
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	-	
C A D	1	A B D E	5	-	-	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$		
G F H	1	F H I J	2	-		
H G I J	1	F G I J	2			
I G H J	2	F G H J	3	-		
J G H I K	2	G H I K	2			
K H J	3	G H I J L	4			
L K M O	4	K M N O P R	5	-		
M N O P R	2	N O P R	2			
N O Q	1	M O P Q R	2			
O M N P R	1	M N P R	1			
P O S	1	M N O R S	2			
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1			
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	-	
C A D	1	A B D E	5	-	-	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	-	
H G I J	1	F G I J	2	-	-	
I G H J	2	F G H J	3	-	-	
J G H I K	2	G H I K	2	-	-	
K H J	3	G H I J L	4	-	-	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	-	
M N O P R	2	N O P R	2	-	-	
N O Q	1	M O P Q R	2	-	-	
O M N P R	1	M N P R	1	-	-	
P O S	1	M N O R S	2	-	-	
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1	-	-	
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-		
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-		
H G I J	1	F G I J	2	-		
I G H J	2	F G H J	3	-		
J G H I K	2	G H I K	2	-		
K H J	3	G H I J L	4	-		
L K M O	4	K M N O P R	5	-		
M N O P R	2	N O P R	2	-		
N O Q	1	M O P Q R	2	-		
O M N P R	1	M N P R	1	-		
P O S	1	M N O R S	2	-		
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1	-	-	
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-		
H G I J	1	F G I J	2			
I G H J	2	F G H J	3	-		
J G H I K	2	G H I K	2			
K H J	3	G H I J L	4			
L K M O	4	K M N O P R	5	-		
M N O P R	2	N O P R	2			
N O Q	1	M O P Q R	2			
O M N P R	1	M N P R	1			
P O S	1	M N O R S	2			
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1			
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2			
I G H J	2	F G H J	3	-		
J G H I K	2	G H I K	2			
K H J	3	G H I J L	4			
L K M O	4	K M N O P R	5	-		
M N O P R	2	N O P R	2			
N O Q	1	M O P Q R	2			
O M N P R	1	M N P R	1			
P O S	1	M N O R S	2			
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1			
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	-		
I G H J	2	F G H J	3	-		
J G H I K	2	G H I K	2	-		
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$		
L K M O	4	K M N O P R	5	-		
M N O P R	2	N O P R	2	-		
N O Q	1	M O P Q R	2	-		
O M N P R	1	M N P R	1	-		
P O S	1	M N O R S	2	-		
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1	-	-	
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	-		
I G H J	2	F G H J	3	-		
J G H I K	2	G H I K	2			
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-		
M N O P R	2	N O P R	2			
N O Q	1	M O P Q R	2			
O M N P R	1	M N P R	1			
P O S	1	M N O R S	2			
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1			
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$		
I G H J	2	F G H J	3	-		
J G H I K	2	G H I K	2			
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-		
M N O P R	2	N O P R	2			
N O Q	1	M O P Q R	2			
O M N P R	1	M N P R	1			
P O S	1	M N O R S	2			
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1			
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-		
J G H I K	2	G H I K	2			
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-		
M N O P R	2	N O P R	2			
N O Q	1	M O P Q R	2			
O M N P R	1	M N P R	1			
P O S	1	M N O R S	2			
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1			
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-		
J G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$		
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-		
M N O P R	2	N O P R	2			
N O Q	1	M O P Q R	2			
O M N P R	1	M N P R	1			
P O S	1	M N O R S	2			
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1			
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-	-	
J G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$	
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	-	
M N O P R	2	N O P R	2	-	-	
N O Q	1	M O P Q R	2	-	-	
O M N P R	1	M N P R	1	-	-	
P O S	1	M N O R S	2	-	-	
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1	-	-	
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$	
J G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$	
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-		
M N O P R	2	N O P R	2			
N O Q	1	M O P Q R	2			
O M N P R	1	M N P R	1			
P O S	1	M N O R S	2			
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1			
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$	
J G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$	
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$	
M N O P R	2	N O P R	2			
N O Q	1	M O P Q R	2			
O M N P R	1	M N P R	1			
P O S	1	M N O R S	2			
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1			
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$	
J G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$	
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$	
M N O P R	2	N O P R	2			
N O Q	1	M O P Q R	2			
O M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$		
P O S	1	M N O R S	2			
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1			
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$	
J G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$	
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$	
M N O P R	2	N O P R	2			
N O Q	1	M O P Q R	2			
O M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$	
P O S	1	M N O R S	2			
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1			
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$	
J G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$	
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$	
M N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$		
N O Q	1	M O P Q R	2			
O M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$	
P O S	1	M N O R S	2			
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1			
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$	
J G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$	
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$	
M N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	$4/(2+1+2+2)$	
N O Q	1	M O P Q R	2			
O M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$	
P O S	1	M N O R S	2			
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1			
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$	
J G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$	
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$	
M N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	$4/(2+1+2+2)$	
N O Q	1	M O P Q R	2	$2/(1+1)$		
O M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$	
P O S	1	M N O R S	2			
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1			
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$	
J G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$	
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$	
M N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	$4/(2+1+2+2)$	
N O Q	1	M O P Q R	2	$2/(1+1)$	$5/(2+1+2+2+2)$	
O M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$	
P O S	1	M N O R S	2	-	-	
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1	-	-	
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$	
J G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$	
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$	
M N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	$4/(2+1+2+2)$	
N O Q	1	M O P Q R	2	$2/(1+1)$	$5/(2+1+2+2+2)$	
O M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$	
P O S	1	M N O R S	2	$2/(1+1)$	-	
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1	-	-	
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$	
J G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$	
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$	
M N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	$4/(2+1+2+2)$	
N O Q	1	M O P Q R	2	$2/(1+1)$	$5/(2+1+2+2+2)$	
O M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$	
P O S	1	M N O R S	2	$2/(1+1)$	$5/(2+2+1+2+2)$	
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1	-	-	
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$	
J G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$	
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$	
M N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	$4/(2+1+2+2)$	
N O Q	1	M O P Q R	2	$2/(1+1)$	$5/(2+1+2+2+2)$	
O M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$	
P O S	1	M N O R S	2	$2/(1+1)$	$5/(2+2+1+2+2)$	
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1	$4/(1+1+1+2)$	-	
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

	2NN	2d.	4NN	4d.	lrd_2	lrd_4
A B C	1	B C D E	6	-	-	
B A D	1	A C D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
C A D	1	A B D E	5	-	$4/(6+5+4+5)$	
D B C	1	A B C E	4	$2/(1+1)$	$4/(6+5+5+5)$	
E D F	4	B C D F G	5	$2/(4+4)$	$5/(5+5+4+4+5)$	
F G H	2	G H I J	3	$2/(1+2)$	$4/(2+2+3+3)$	
G F H	1	F H I J	2	-	$4/(3+2+3+2)$	
H G I J	1	F G I J	2	$3/(1+2+2)$	$4/(3+2+3+2)$	
I G H J	2	F G H J	3	-	$4/(3+2+2+2)$	
J G H I K	2	G H I K	2	$4/(2+1+2+3)$	$4/(2+2+3+4)$	
K H J	3	G H I J L	4	$2/(2+3)$	$5/(4+3+4+2+5)$	
L K M O	4	K M N O P R	5	-	$6/(4+3+5+4+5+5)$	
M N O P R	2	N O P R	2	$4/(2+2+1+2)$	$4/(2+1+2+2)$	
N O Q	1	M O P Q R	2	$2/(1+1)$	$5/(2+1+2+2+2)$	
O M N P R	1	M N P R	1	$4/(2+1+1+1)$	$4/(2+2+2+1)$	
P O S	1	M N O R S	2	$2/(1+1)$	$5/(2+2+1+2+2)$	
Q N R	1	N O R S T	2	-	-	
R O Q S T	1	O Q S T	1	$4/(1+1+1+2)$	$4/(1+2+2+2)$	
S P R	1	O P Q R T	2	-	-	
T O Q R S	2	O Q R S	2	-	-	

Finale LOF-Werte für $k = 2$:

$$LOF_2(E) := \frac{\frac{2}{2} + \frac{2}{3}}{2} / \frac{2}{8}$$

$$\approx 3.333$$

$$LOF_2(O) := \frac{\frac{4}{7} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{4}{5}}{4} / \frac{4}{5}$$

$$\approx 1.054$$

$$LOF_2(K) := \frac{\frac{3}{5} + \frac{4}{9}}{2} / \frac{2}{5}$$

$$\approx 1.375$$

Finale LOF-Werte für $k = 4$:

$$LOF_4(E) := \frac{\frac{4}{20} + \frac{4}{20} + \frac{4}{21} + \frac{4}{10} + \frac{4}{10}}{5} / \frac{5}{23}$$

$$\approx 1.279$$

$$LOF_4(O) := \frac{\frac{4}{7} + \frac{5}{9} + \frac{5}{9} + \frac{4}{7}}{4} / \frac{4}{7}$$

$$\approx 0.986$$

$$LOF_4(K) := \frac{\frac{4}{10} + \frac{4}{10} + \frac{4}{9} + \frac{4}{11} + \frac{6}{26}}{5} / \frac{5}{18}$$

$$\approx 1.324$$

Finale LOF-Werte für $k = 4$:

$$LOF_4(E) := \frac{\frac{4}{20} + \frac{4}{20} + \frac{4}{21} + \frac{4}{10} + \frac{4}{10}}{5} / \frac{5}{23}$$

$$\approx 1.279$$

$$LOF_4(O) := \frac{\frac{4}{7} + \frac{5}{9} + \frac{5}{9} + \frac{4}{7}}{4} / \frac{4}{7}$$

$$\approx 0.986$$

$$LOF_4(K) := \frac{\frac{4}{10} + \frac{4}{10} + \frac{4}{9} + \frac{4}{11} + \frac{6}{26}}{5} / \frac{5}{18}$$

$$\approx 1.324$$

$|\mathcal{N}(o)|$ des betrachteten Objektes

$|\mathcal{N}(p)|$ der Nachbarn

Summe der Erreichbarkeit von o / p

Sowohl LOF als auch k NN haben bei $k = 4 = |\{A, B, C, D\}|$ das Problem, dass $k + 1$ größer ist als der kleinste Cluster.

Sowohl LOF als auch k NN haben bei $k = 4 = |\{A, B, C, D\}|$ das Problem, dass $k + 1$ größer ist als der kleinste Cluster.

Aber: für 4NN wird der Punkt A der größte Ausreißer.

Sowohl LOF als auch k NN haben bei $k = 4 = |\{A, B, C, D\}|$ das Problem, dass $k + 1$ größer ist als der kleinste Cluster.

Aber: für 4NN wird der Punkt A der größte Ausreißer.

Bei LOF, wird lediglich E weniger deutlich, da sich die Dichten der Nachbarn B , C und D reduzieren.
Aber es hat immernoch einen der größten Werte, und A , B , C , D bleiben "Inlier"!

Sowohl LOF als auch k NN haben bei $k = 4 = |\{A, B, C, D\}|$ das Problem, dass $k + 1$ größer ist als der kleinste Cluster.

Aber: für 4NN wird der Punkt A der größte Ausreißer.

Bei LOF, wird lediglich E weniger deutlich, da sich die Dichten der Nachbarn B , C und D reduzieren.
Aber es hat immernoch einen der größten Werte, und A , B , C , D bleiben "Inlier"!

⇒ LOF bleibt auch bei ungünstigem k zuverlässiger.