Kapitel 8:
Operationen auf Rasterdaten

Skript zur Vorlesung
Geo-Informationssysteme
Wintersemester 2015/16
Ludwig-Maximilians-Universität München

Vorlesung: PD Dr. Peer Kröger

Übersicht

1. Punktautonome Grauwertoperationen
2. Lineare Ortsfilter
3. Abstandstransformationen
4. Kombination von Bildern

Punktautonome Grauwertoperationen

- Eine *punktautonome Grauwertoperation* formt die Grauwerte d(x,y) eines Eingangsbildes durch Anwendung einer Funktion f(d) in die Grauwerte g(x,y) des Ausgangsbildes um.
- Die Funktion f(d) wird als *Transfercharakteristik* (TC) bezeichnet. TC lässt sich als Tabelle (d_i, g_i), i = 0, . . ., dmax repräsentieren.
- Das Histogramm h(d) des Eingangsbildes wird durch die Funktion f(d) in das Histogramm h(g) transformiert:

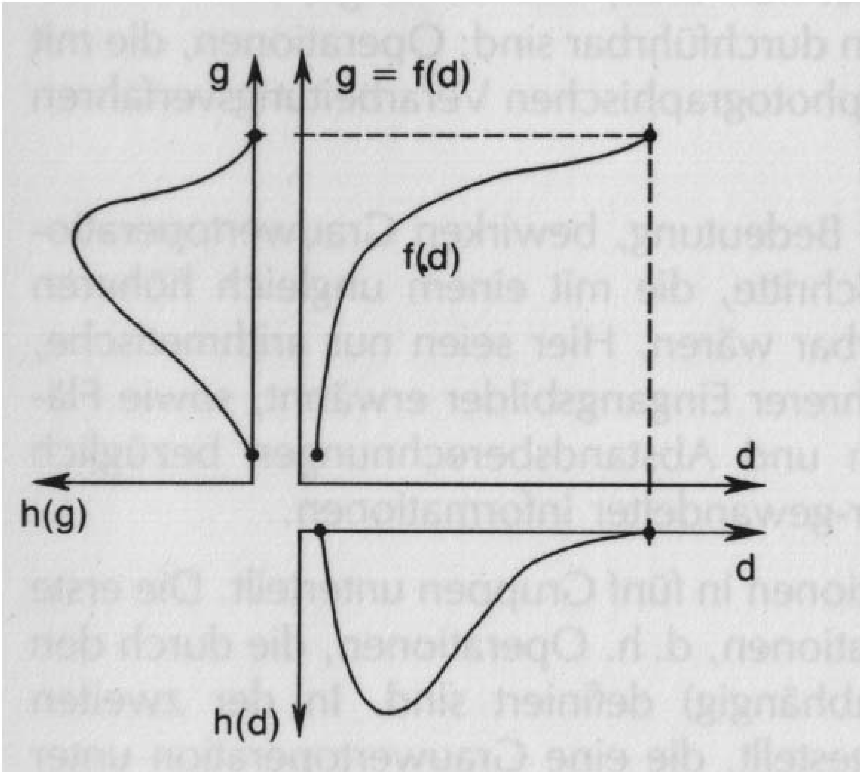
$$h(g) = \sum_{d=0}^{d_{max}} a(d,g) \cdot h(d)$$

mit

$$a(d,g) = \begin{cases} 1 & \text{für } g = f(d) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

8.1 Punktautonome Grauwertoperationen (II)

- Einfluss der TC f(d) auf das Histogramm h(d)



Zusammenhang von h(d), f(d) und h(g)

8.1 TC Generierung (I)

Frage

Wie wird die Tabelle der TC mit Werten gefüllt?

Lösungsansatz

- Vorgabe einiger weniger Grauwertpaare (d_i,g_i)
- Berechnung der übrigen Grauwertpaare der TC durch Interpolation

Lineare Transfercharakteristika

- Für jedes lineare Segment der TC Eingabe zweier Wertepaare

  TC(d_i,g_i,d_i+1,g_i+1)

  => Aufstellen der Geradengleichung $$f(d) = g_i + \frac{(g_{i+1} - g_i)}{(d_{i+1} - d_i)} \cdot (d - d_i)$$

- Einsetzen aller Werte d, $d_i \leq d \leq d_{i+1}$ liefert die fehlenden g-Werte
- Die Steigung der Geraden steuert den Grad der Grauwertdehnung bzw. -stauchung und damit den Kontrast des Ausgangsbildes.

8.1 TC Generierung (II)

Beispiel

- Drei lineare TC Segmente:
  - TC(0,0,100,20): Steigung = 0.2
  - TC(100,20,200,100): Steigung = 0.8
  - TC(200,100,255,100): Steigung = 0
- TC Tabelle

0	0
1	0
. . .	. . .
100	20
101	21
. . .	. . .
200	100
. . .	. . .
255	100

8.1 Äquidensitenbildung (I)

Äquidensiten

- Eine *Äquidensite* ist eine Menge benachbarter Pixel eines Bildes, die denselben Grauwert besitzen.
- Äquidensitenbildung ist z.B. nützlich für die Elimination von Rauschen in Rasterbildern oder für die Reduktion der Anzahl ihrer Grauwertstufen.

TC zur Äquidensitenbildung

- Man benutzt eine TC der Form (d_i, g_i, d_i+1, g_i), d. h. man setzt $g_{i+1} = g_i$.

  $\Rightarrow$bildet den Grauwertbereich $[d_i, d_i+1]$ auf den Grauwert g_i ab
- Annahme: benachbarte Pixel des Eingangsbildes besitzen ähnliche Grauwerte
- Dann wird benachbarten Pixeln des Ausgangsbildes i. A. derselbe Grauwert zugeordnet (Äquidensiten).

8.1 Äquidensitenbildung (II)

Beispiel 1

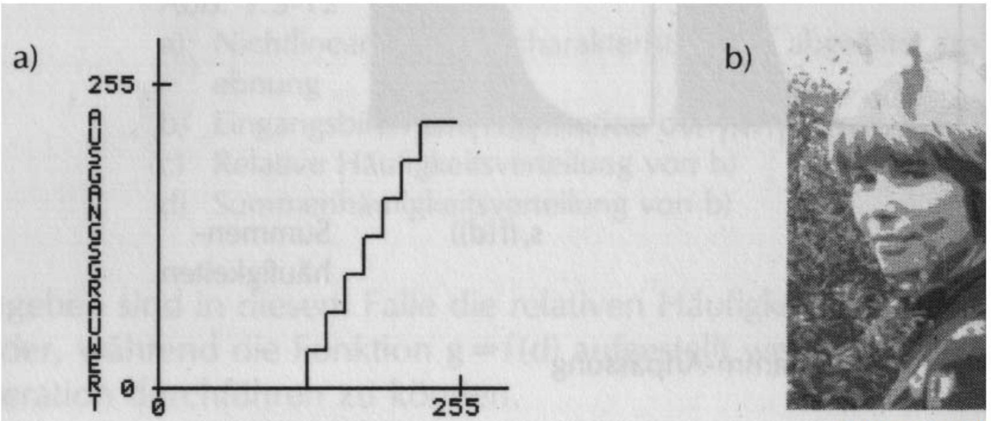
- Gegeben sei ein Eingangsbild mit den Grauwerten 0, . . ., 255.
- Gesucht ist ein Ausgangsbild mit einer reduzierten Anzahl von Grauwertstufen:

TC(0, 0, 126, 0)--> 0 TC(127,12,127,12) --> 12

TC(128,32,143,32) --> 32 . . .

. . .

TC(208,192,223,192) --> 192 TC(224,224,255,224) --> 224



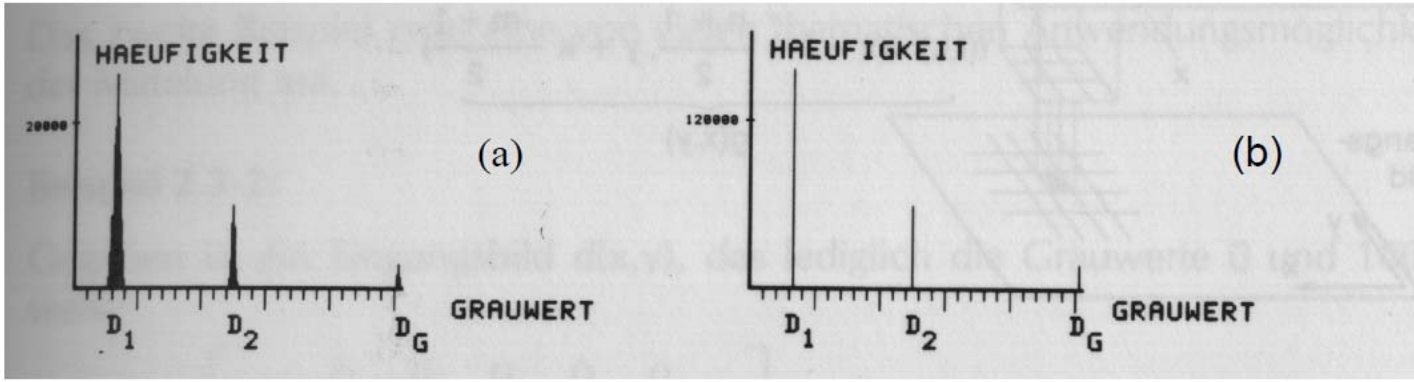
Ausgangsbild

Eingangsbild

8.1 Äquidensitenbildung (III)

Beispiel 2

- Gegeben sei eine Vorlage (z.B. Karte) mit den Grauwertstufen D_i, i = 1, . . ., G, und dem Histogramm in Bild (b).
- Aufgrund von Rauscheffekten bei der Datenerfassung erhält man aber ein Eingangsbild mit dem Histogramm in Bild (a).



- Mit Hilfe einer geeigneten TC lässt sich das Rauschen entfernen, d.h. ein Ausgangsbild mit dem erwarteten Histogramm erhalten:

  $TC(0,D_1,(D_1+D_2)/2,D_1)$ . . . $TC((D_{i-1}+D_i)/2,D_i,(D_i+D_{i+1})/2,D_i)$ . . .
  $TC((D_{G-1}+D_G)/2,D_G,255,D_G)$

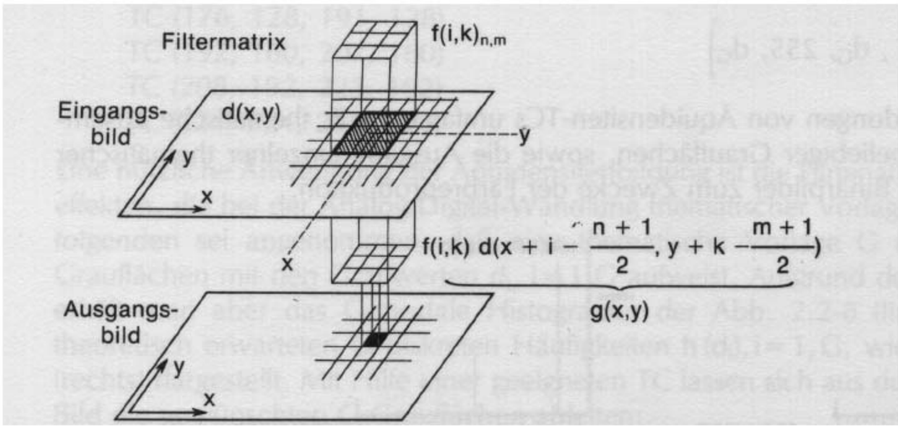
8.2 Lineare Ortsfilterungen (I)

Definition

- Eine *lineare Ortsfilterung (Faltung)* ist eine Funktion g(x,y), die ein Eingangsbild d(x,y) folgendermassen transformiert:

$$g(x,y) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} f(i,k) \cdot d\left(x+i-\frac{n+1}{2}, y+k-\frac{m+1}{2}\right) + konst$$

- Die *Filterkoeffizienten f(i,k)* bestimmen den Typ der Filterung. Die Matrix der *f(i,k), 1 ≤ i ≤ n, 1 ≤ k ≤ m,* heißt *Filtermatrix.*
- Die Werte n und m sind meist ungerade, sodass die Filtermatrix über (x,y) zentriert ist.



Lineare Ortsfilterung mit n = m = 3

8.2 Lineare Ortsfilterungen (II)Mittelungen

Mittelungen

- Mit den Filterkoeffizienten *f(i,k) = 1/nm* weist man jedem Pixel den Mittelwert der Grauwerte in seiner (n × m)-Umgebung zu.
- Bei Mittelungen gilt *konst = 0.*

Beispiel 1

$$\begin{pmatrix}
\ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots \\
\ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots \\
\ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots \\
\ldots & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & \ldots \\
\ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots \\
\ldots & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & \ldots \\
\ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots \\
\ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots \\
\ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots
\end{pmatrix}
\qquad
1/9 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}
\qquad \longrightarrow \qquad
\begin{pmatrix}
\ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots \\
\ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots \\
\ldots & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & \ldots \\
\ldots & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & \ldots \\
\ldots & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & \ldots \\
\ldots & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & \ldots \\
\ldots & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & \ldots \\
\ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots \\
\ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots
\end{pmatrix}$$

Eingangsbild Filtermatrix Ausgangsbild

8.2 Lineare Ortsfilterungen (III)

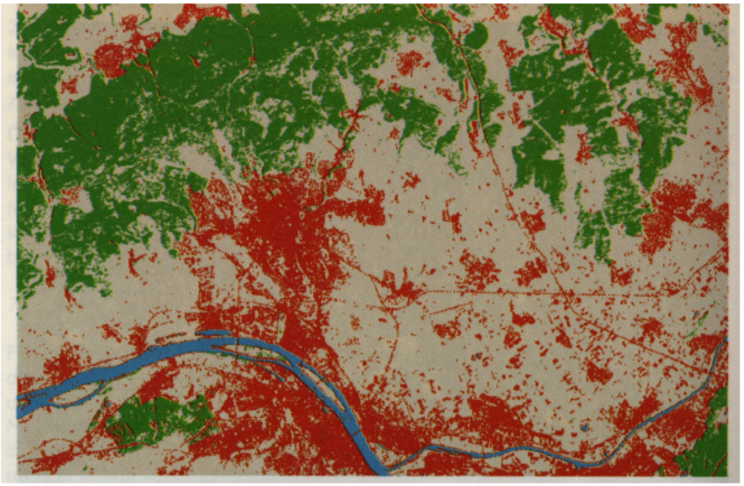
Beispiel 2

$$\begin{bmatrix} \ldots 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \ldots \\ \ldots 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \ldots \\ \ldots 0 & 100 & 100 & 100 & 0 \ldots \\ \ldots 0 & 100 & 100 & 100 & 0 \ldots \\ \ldots 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \ldots \end{bmatrix} \quad 1/9 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} \ldots 0 & 0 & 11 & 11 & 11 \ldots \\ \ldots 11 & 22 & 44 & 33 & 22 \ldots \\ \ldots 22 & 44 & 77 & 55 & 33 \ldots \\ \ldots 22 & 44 & 66 & 44 & 22 \ldots \\ \ldots 11 & 22 & 33 & 22 & 11 \ldots \end{bmatrix}$$

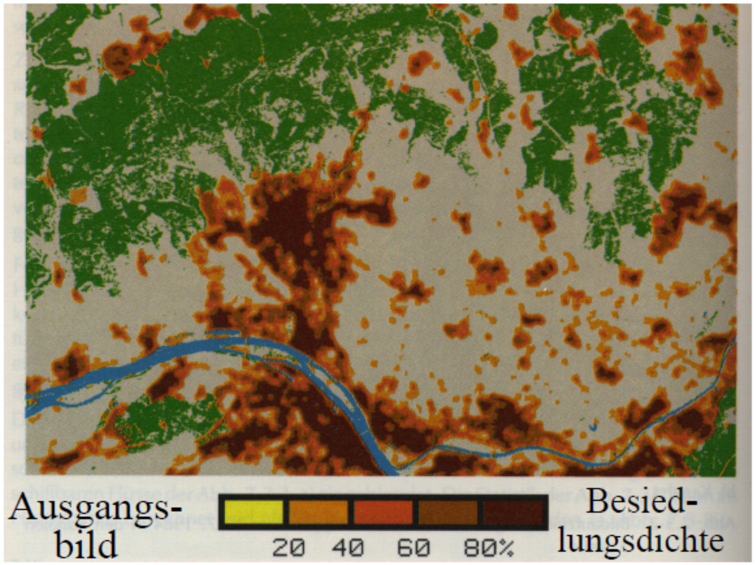
Eingangsbild (100 = besiedelt)

Filtermatrix

Ausgangsbild (Besiedlungsdichte in 3x3 Agglomerationen)



Eingangsbild (rot = besiedelt)



8.2 Lineare Ortsfilterungen (IV)

Medianfilterung

- Die (n × m)-Umgebung des Eingangspixels d(x,y) wird nicht gemittelt, sondern es wird der Median berechnet und als g(x,y) gewählt.
- Das Ausgangsbild ist nicht so unscharf wie das bei der Mittelung entstehende, da "Ausreisser" bei den d(x,y) nicht so stark ins Gewicht fallen.
- Die Medianfilterung wird verwendet, um "Störpixel" in thematischen Karten zu beseitigen und sie damit übersichtlicher zu machen.

8.2 Lineare Ortsfilterungen (V)

Gradientenfilterungen

- Eine *Gradientenfilterung* ist eine Filterung, deren Filterkoeffizienten f(i,k) so gewählt werden, dass homogene Grauwertbereiche einen Wert ≈ 0 erhalten, während an Grauwertsprüngen Werte >> 0 oder << 0 auftreten.
- Bei Gradientenfilterungen setzt man (falls dmax = 255) *konst = 127.*
- Gradientenfilterungen können dazu verwendet werden, ein Bild in Segmente mit homogenen Grauwerten zu zerlegen. Dies ist ein Schritt bei der *Vektorisierung* von Rasterbildern, d.h. der Umwandlung eines Rasterbilds in ein Vektorbild.

8.2 Lineare Ortsfilterungen (VI)

Verschiedene Gradientenfilterungen

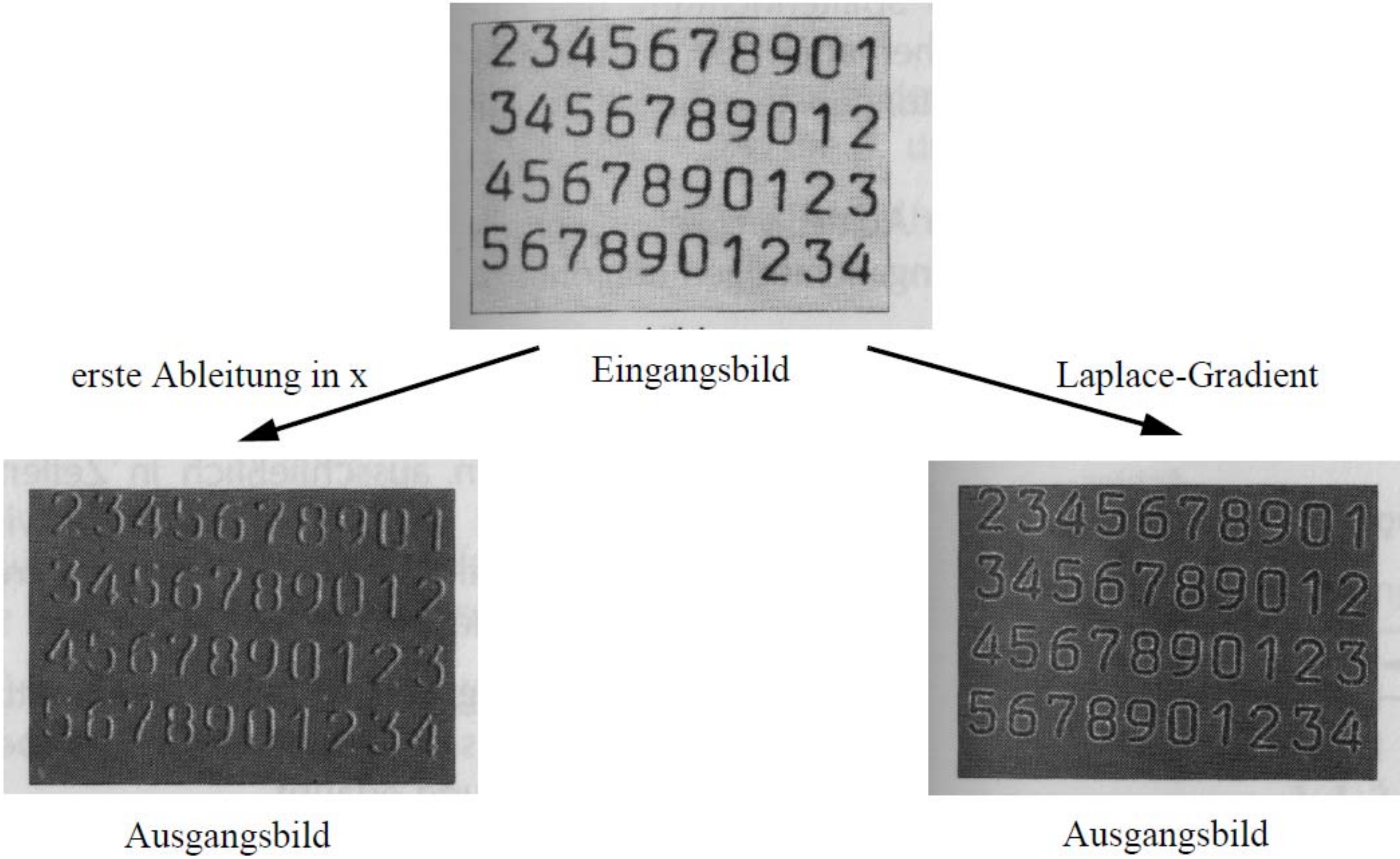
- Die Filtermatrix $f(i,k)_{1,2} = (-1\ +1)$ liefert eine Approximation der *ersten partiellen Ableitung in x, δd(x,y)/δx.*
- Eine Approximation der Summe der zweiten partiellen Ableitungen liefert der *Laplace-Gradient*

$$f(i,k)_{3,3} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \ldots 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \ldots \\ \ldots 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \ldots \\ \ldots 3\ 3\ 3\ 3\ 3 \ldots \\ \ldots 3\ 3\ 3\ 3\ 3 \ldots \\ \ldots 6\ 6\ 6\ 6\ 6 \ldots \\ \ldots 3\ 3\ 3\ 3\ 3 \ldots \\ \ldots 3\ 3\ 3\ 3\ 3 \ldots \\ \ldots 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \ldots \\ \ldots 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \ldots \end{bmatrix}}_{\text{Eingangsbild}} \quad \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \longrightarrow \quad \underbrace{\begin{bmatrix} \ldots 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \ldots \\ \ldots -3 & -3 & -3 & -3 & -3 \ldots \\ \ldots 6 & 3 & 3 & 3 & 6 \ldots \\ \ldots 0 & -3 & -3 & -3 & 0 \ldots \\ \ldots 12 & 6 & 6 & 6 & 12 \ldots \\ \ldots 0 & -3 & -3 & -3 & 0 \ldots \\ \ldots 6 & 3 & 3 & 3 & 6 \ldots \\ \ldots -3 & -3 & -3 & -3 & -3 \ldots \\ \ldots 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \ldots \end{bmatrix}}_{\text{Ausgangsbild}}$$

8.2 Lineare Ortsfilterungen (VII)

Beispiele



8.3 Abstandstransformationen (I)

Motivation

- “Wie gut ist die Anbindung eines Gebiets an den öffentlichen Verkehr?”
- Erstelle eine Karte, die für jeden Ort den Abstand zum nächstgelegenen Bahnhof darstellt.

Gegeben

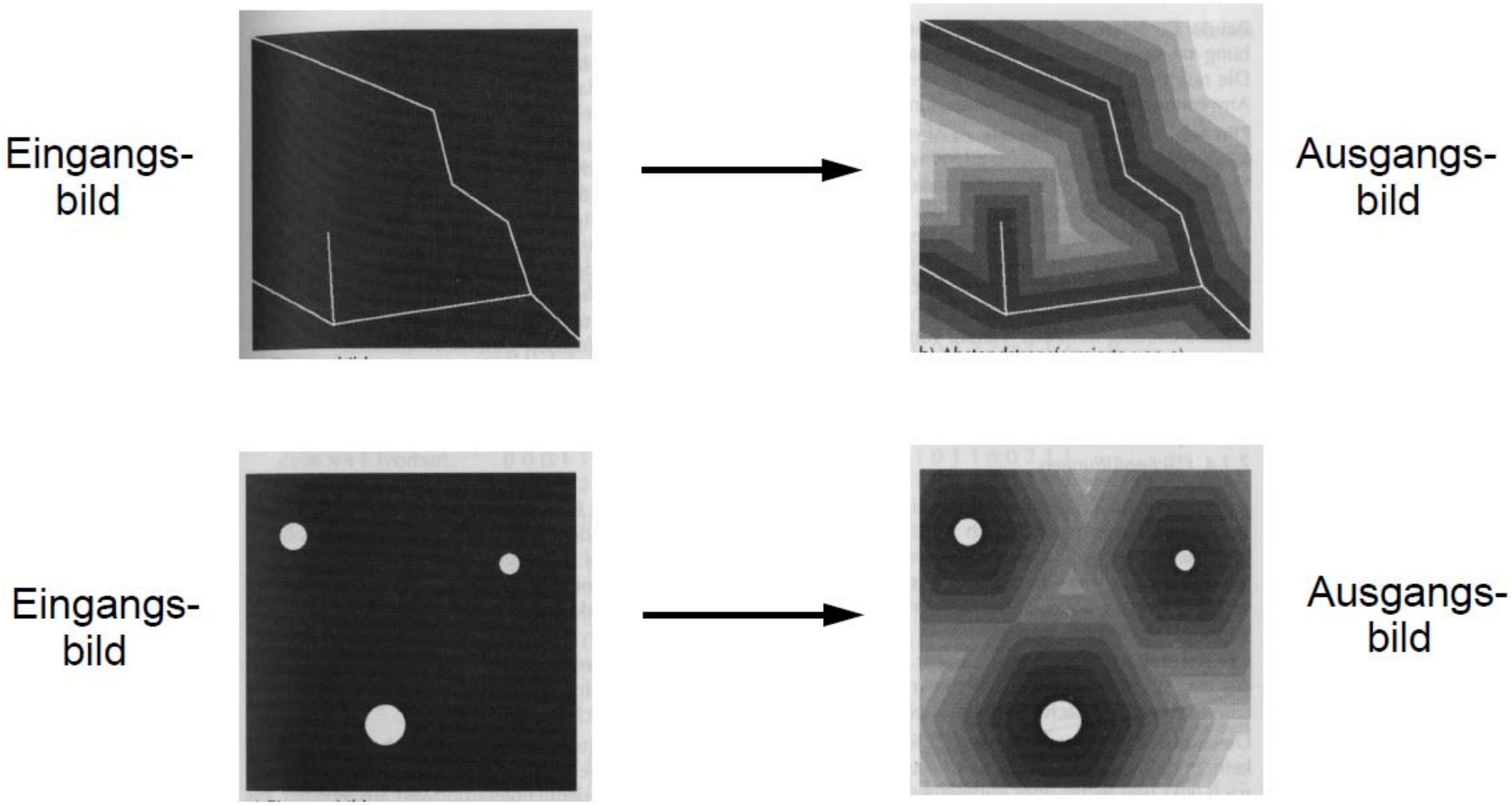
- Ein Eingangsbild, das ein Zielobjekt darstellt (nicht unbedingt zusammenhängend)
- Eine Distanzfunktion für ein Paar von Pixeln

Gesucht

- Das Ausgangsbild, das jedem Pixel den Grauwert zuordnet, der seiner Distanz zum nächsten Pixel des Zielobjekts entspricht

8.3 Abstandstransformationen (II)

Beispiele



Naiver Algorithmus

- Durchlaufe alle Pixel (x,y) des Rasterbildes
  - Bestimme für jedes andere Pixel (a,b) die Distanz *d* = dist((x,y),(a,b)).
  - Falls (a,b) zum Zielobjekt gehört und *d* bisher minimal ist, setze den Grauwert von (x,y) auf *d*.

```
FOR ALL Pixel (x,y) DO
    d(x,y) = 0
    FOR ALL Pixel (a,b) DO
        d = dist((x,y), (a,b))
        IF (a,b) ∈ Zielobjekt  AND d < d(x,y) THEN
            d(x,y) = d
        ENDIF
    END FOR
END FOR
```

- Dieser Algorithmus besitzt eine Laufzeit von $O(NM)^2$.

Idee zur Verbesserung

- Alle Pixel des Zielobjekts besitzen die Distanz 0.
- Wenn die minimale Distanz aller Pixel, die von einem Pixel p die Distanz 1 besitzen d ist, dann besitzt p die Distanz d + 1.

Ablauf des Algorithmus

- Setze für alle Pixel des Zielobjekts den Grauwert auf 0.
- Durchlaufe alle Pixel (x,y) des Rasterbildes und tue das folgende:

  Sammle die Grauwerte d aller k Pixel, die von (x,y) die Distanz 1 besitzen;

  Bestimme das Minimum Min von $\{d(x,y), d(x_1,y_1)+1, . . ., d(x_k,y_k)+1\}$;

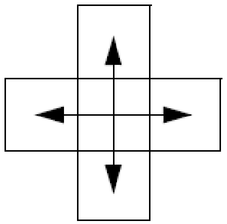
  Setze den Grauwert von (x,y) auf Min;

- Frage: welche Pixel haben von (x,y) die Distanz 1?

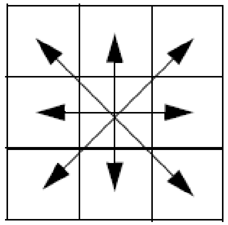
  => Umgebungen

Umgebungen

- Zu definieren ist die *Umgebung* eines Pixels p, d.h. die Menge aller Pixel, die eine Distanz von 1 zu p besitzen.
- Die *Viererumgebung* eines Pixels (x,y) besteht aus den Pixeln (x,y+1), (x,y-1), (x-1,y) und (x+1,y).
- Die *Achterumgebung* eines Pixels (x,y) besteht aus den vier Pixeln der Viererumgebung und zusätzlich den vier Pixeln (x+1,y+1), (x+1,y-1), (x-1,y-1) und (x-1,y+1).



Viererumgebung



Achterumgebung

Notation

- Die Pixel p, p_1 bzw. p_2 besitzen die Koordinaten (x,y), (x_1,y_1) bzw. (x_2,y_2).

8.3 Distanzfunktionen

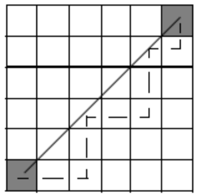
Distanzfunktionen

- Die gebräuchlichste Distanzfunktion ist die *Euklidische Distanz D_e :*

$$D_e(p_1, p_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

- Die *Viererdistanz* ist die Distanz, die durch Viererumgebungen induziert wird:

$$D_4(p_1, p_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$



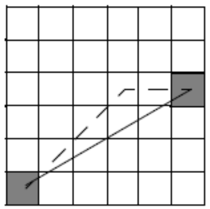
$D_4 = 10$

$D_e = 50^{1/2}$

$$D_e \le D_4 \le \sqrt{2} \cdot D_e$$

- Die *Achterdistanz* ist die Distanz, die durch Achterumgebungen induziert wird:

$$D_8(p_1, p_2) = max\{|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|\}$$



$D_8 = 5$

$D_e = 34^{1/2}$

$$\frac{D_e}{\sqrt{2}} \le D_8 \le D_e$$

8.3 Algorithmen (II)

PROCEDURE Abstandstandstransformation (Eingangsbild,Distanz)

(1) FOR ALL Pixel (x,y) aus Eingangsbild DO
    IF (x,y) gehört zum Zielobjekt THEN
        d(x,y):= 0
    ELSE d(x,y):= MAXDIST
  END FOR;

(2) FOR ALL Pixel (x,y) aus Eingangsbild *von links oben nach rechts unten DO*
    Sammle die Grauwerte d aller k Pixel, die von (x,y) die Distanz 1 besitzen;
    Bestimme das Minimum Min von $\{d(x,y), d(x_1,y_1)+1, \ldots, d(x_k,y_k)+1\}$;
    d(x,y) := Min;

(3) FOR ALL Pixel (x,y) aus Eingangsbild *von rechts unten nach links oben DO*
    Sammle die Grauwerte d aller k Pixel, die von (x,y) die Distanz 1 besitzen;
    Bestimme das Minimum Min von $\{d(x,y), d(x_1,y_1)+1, \ldots, d(x_k,y_k)+1\}$;
    d(x,y) := Min;

Beispiel

2	3	5	2	4
2	4	7	1	1
6	7	1	2	3
3	1	3	6	5
1	2	7	4	5

Eingangsbild

8	8	8	8	8
8	8	8	0	0
8	8	0	8	8
8	0	8	8	8
0	8	8	8	8

Zwischenergebnis nach (1)

8	8	8	1	1
8	8	1	0	0
8	1	0	1	1
1	0	1	2	2
0	1	2	3	3

Zwischenergebnis nach (2)

4	3	2	1	1
3	2	1	0	0
2	1	0	1	1
1	0	1	2	2
0	1	2	3	3

Endergebnis nach (3)

Distanz = Viererdistanz

8.4 Kombination von Bildern (I)

Definition

- Eine Kombination von k Eingangsbildern ist eine Funktion

$$g(x, y) = f(d_1(x, y), d_2(x, y), \ldots, d_k(x, y))$$

- Von praktischer Bedeutung sind arithmetische und logische Operationen f.

Summenbildung

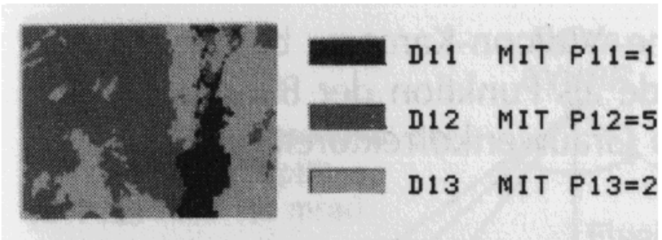
- Zur Summenbildung von k thematischen Rasterbildern werden die Grauwerte mit Hilfe von Funktionen $TC_1, \ldots, TC_k$ geeignet gewichtet.
- Die Summenbildung von k Bildern mit Pixeln $d_i(x,y)$, $1 \leq i \leq k$, ist also eine Funktion $$g(x, y) = \sum_{i=1}^{k} TC_i(d_i(x, y))$$
- Liegen nach Anwendung dieser Funktion der minimale (g_{min}) oder der maximale (g_{max}) Grauwert ausserhalb des Intervalls $[0, \ldots, d_{max}]$, so muss g(x,y) mittels der $TC(g_{min}, 0, g_{max}, d_{max})$ transformiert werden.

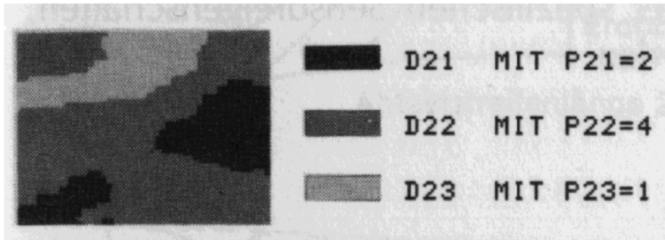
8.4 Kombination von Bildern (II)

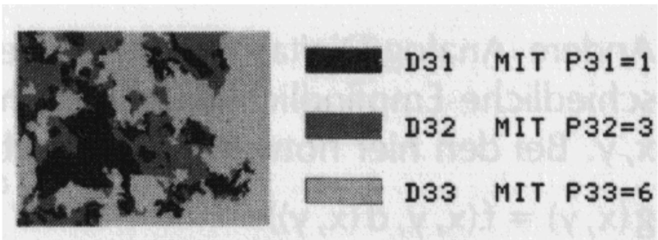
Beispiel

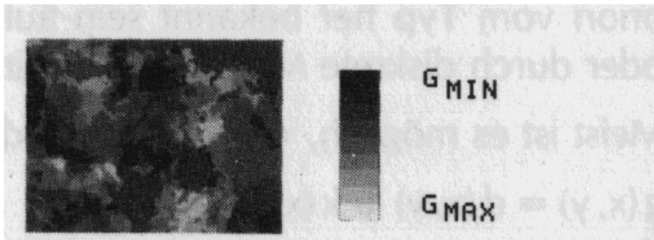
- Gegeben sind $k = 3$ Eingangsbilder mit Grauwerten im Intervall [1, 2, 3], z.B. derzeitige Flächennutzung, Bodenqualität, Topographie.
- Ausgangsbild: Eignung des Gebiets für einen geg. Planungszweck
- Die Funktionen TC_i (thematische Gewichte) sind wie folgt definiert:

  TC_1 (1,1,2,5,3,2), TC_2 (1,2,2,4,3,1), TC_3 (1,1,2,3,3,6)
- $g_{min} = 3$ (sehr schlechte Eignung), $g_{max} = 15$ (sehr gute Eignung)









Differenzbildung

- Die Differenzbildung zweier Bilder dient der Erkennung von Änderungen des Bildinhalts zeitlich versetzter, aber lageidentischer Aufnahmen.
- Die *Differenzbildung* zweier Eingangsbilder ist definiert als

$$g(x, y) = d_1(x, y) - d_2(x, y) + \frac{d_{max}}{2}$$

- Nulldifferenzen erhalten den Wert $d_{max}/2$, positive bzw. negative Differenzen erhalten Grauwerte $> d_{max}/2$ bzw. $< d_{max}/2$.
- $g_{min} = -d_{max}/2$, $g_{max} = 3\ d_{max}/2$
- Durch Anwendung der folgenden TC (bei dmax = 255) erhält man ein Ausgangsbild im Grauwertbereich [0, . . ., 255]:

  TC(-128,0,0,0)

  TC(0,0,255,255)

  TC(255,255,382,255)

8.4 Kombination von Bildern (IV)

Logische Operationen

- Logische Operationen sind nur für *binäre Eingangsbilder* möglich, d.h. für Rasterbilder mit den beiden Grauwerten 0 (= FALSE) und 1 (= TRUE):

$$g(x, y) = d_1(x, y) \text{ OP } d_2(x, y)$$

- *OP* ist eine der logischen Operationen
  - AND (a AND b = 1 nur wenn a=1 *und* b=1)
  - OR (a OR b = 1 wenn *mindestens* einer der Eingangswerte =1)
  - XOR (a XOR b = 1 wenn *genau* einer der Eingangswerte =1)

Einblendungen

- Die Einblendung von Texturen o.ä. in ein Rasterbild erfolgt mit Hilfe der Operation OR:

$$g(x, y) = d(x, y) \text{ OR } Textur(x, y)$$

8.4 Kombination von Bildern (V)

Beispiel

- Gegeben sind $k = 3$ Eingangsbilder mit Grauwerten im Intervall [1, 2, 3], z.B. Flächennutzung, Bodenqualität, Topographie.
- Es sollen nur die jeweiligen Grauwerte mit dem höchsten Gewicht betrachtet werden (optimale Werte). Gesucht sind die Regionen, die in jedem Bild (d.h. nach jedem Thema) den optimalen Wert besitzen.
- Die Eingangsbilder werden mit Hilfe der TC_i in binäre Bilder transformiert:

$TC_1/TC_2(1,0,2,1,3,0)$	für das erste und für das zweite Bild
$TC_3(1,0,2,0,3,1)$	für das dritte Bild

8.4 Kombination von Bildern (VI)

Beispiel (cont.)

- Die drei binären Bilder $d_i(x,y)$ werden folgendermassen kombiniert:

$$g(x,y) = d_1(x,y) \text{ AND } d_2(x,y) \text{ AND } d_3(x,y)$$