LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITY MUNICH
DEPARTMENT INSTITUTE FOR INFORMATICS
DATABASE SYSTEMS GROUP

Kapitel 8: Operationen auf Rasterdaten

Skript zur Vorlesung
Geo-Informationssysteme
Wintersemester 2014/15
Ludwig-Maximilians-Universität München

Übersicht

1. Punktautonome Grauwertoperationen

2. Lineare Ortsfilter

3. Abstandstransformationen

4. Kombination von Bildern

Punktautonome Grauwertoperationen

- Eine *punktautonome Grauwertoperation* formt die Grauwerte d(x,y) eines Eingangsbildes durch Anwendung einer Funktion f(d) in die Grauwerte g(x,y) des Ausgangsbildes um.
- Die Funktion f(d) wird als *Transfercharakteristik* (TC) bezeichnet. TC lässt sich als Tabelle (d_i, g_i), i = 0, . . ., dmax repräsentieren.
- Das Histogramm h(d) des Eingangsbildes wird durch die Funktion f(d) in das Histogramm h(g) transformiert:

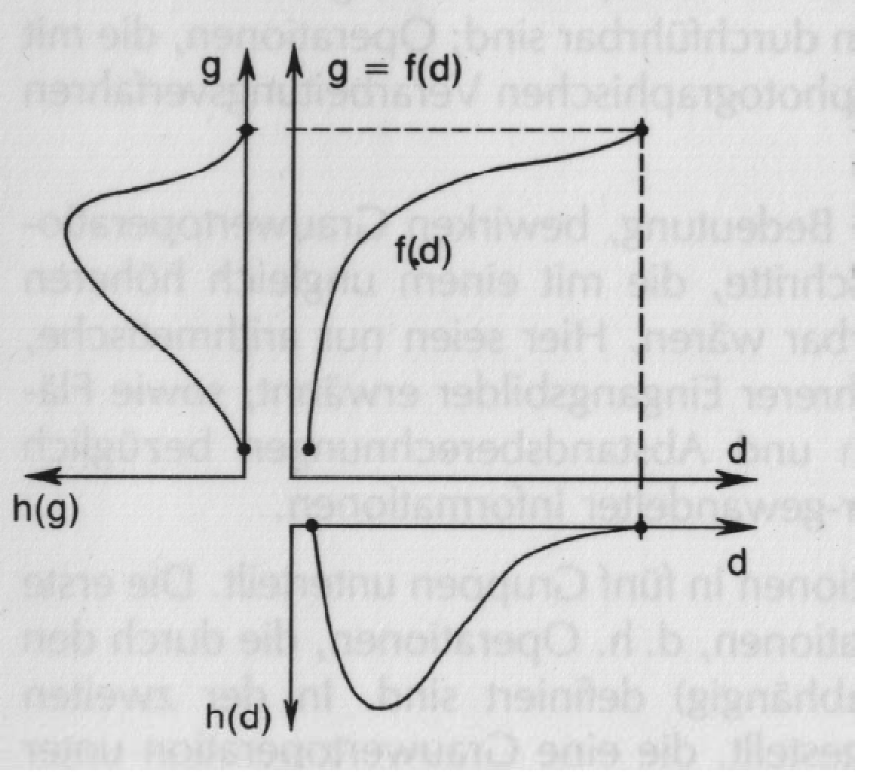
$$h(g) = \sum_{d=0}^{d_{max}} a(d,g) \cdot h(d)$$

mit

$$a(d,g) = \begin{cases} 1 & \text{für } g = f(d) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

8.1 Punktautonome Grauwertoperationen (II)

- Einfluss der TC f(d) auf das Histogramm h(d)



Zusammenhang von h(d), f(d) und h(g)

8.1 TC Generierung (I)

Frage

Wie wird die Tabelle der TC mit Werten gefüllt?

Lösungsansatz

- Vorgabe einiger weniger Grauwertpaare (d_i,g_i)
- Berechnung der übrigen Grauwertpaare der TC durch Interpolation

Lineare Transfercharakteristika

- Für jedes lineare Segment der TC Eingabe zweier Wertepaare

  TC(d_i,g_i,d_i+1,g_i+1)

  => Aufstellen der Geradengleichung $f(d) = g_i + \frac{(g_{i+1} - g_i)}{(d_{i+1} - d_i)} \cdot (d - d_i)$

- Einsetzen aller Werte d, $d_i \leq d \leq d_{i+1}$ liefert die fehlenden g-Werte
- Die Steigung der Geraden steuert den Grad der Grauwertdehnung bzw. -stauchung und damit den Kontrast des Ausgangsbildes.

8.1 TC Generierung (II)

Beispiel

- Drei lineare TC Segmente:
  - TC(0,0,100,20): Steigung = 0.2
  - TC(100,20,200,100): Steigung = 0.8
  - TC(200,100,255,100): Steigung = 0
- TC Tabelle

0	0
1	0
. . .	. . .
100	20
101	21
. . .	. . .
200	100
. . .	. . .
255	100

8.1 Äquidensitenbildung (I)

Äquidensiten

- Eine *Äquidensite* ist eine Menge benachbarter Pixel eines Bildes, die denselben Grauwert besitzen.
- Äquidensitenbildung ist z.B. nützlich für die Elimination von Rauschen in Rasterbildern oder für die Reduktion der Anzahl ihrer Grauwertstufen.

TC zur Äquidensitenbildung

- Man benutzt eine TC der Form (d_i, g_i, d_i+1, g_i), d. h. man setzt $g_{i+1} = g_i$.

  $\Rightarrow$bildet den Grauwertbereich $[d_i, d_i+1]$ auf den Grauwert g_i ab
- Annahme: benachbarte Pixel des Eingangsbildes besitzen ähnliche Grauwerte
- Dann wird benachbarten Pixeln des Ausgangsbildes i. A. derselbe Grauwert zugeordnet (Äquidensiten).

8.1 Äquidensitenbildung (II)

Beispiel 1

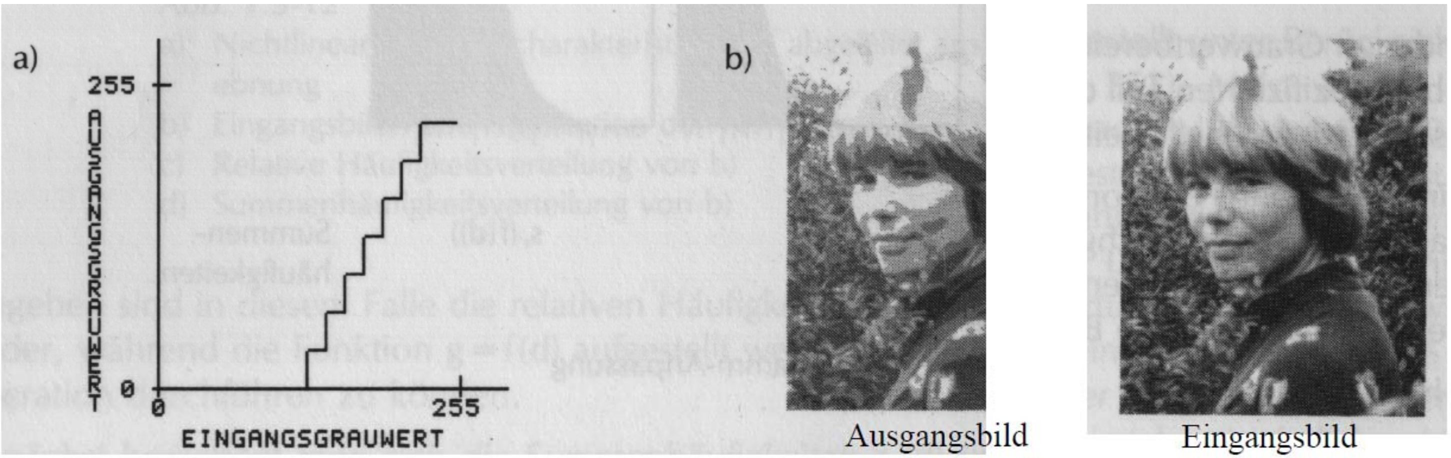
- Gegeben sei ein Eingangsbild mit den Grauwerten 0, . . ., 255.
- Gesucht ist ein Ausgangsbild mit einer reduzierten Anzahl von Grauwertstufen:

TC(0, 0, 126, 0)--> 0 TC(127,12,127,12) --> 12

TC(128,32,143,32) --> 32 . . .

. . .

TC(208,192,223,192) --> 192 TC(224,224,255,224) --> 224

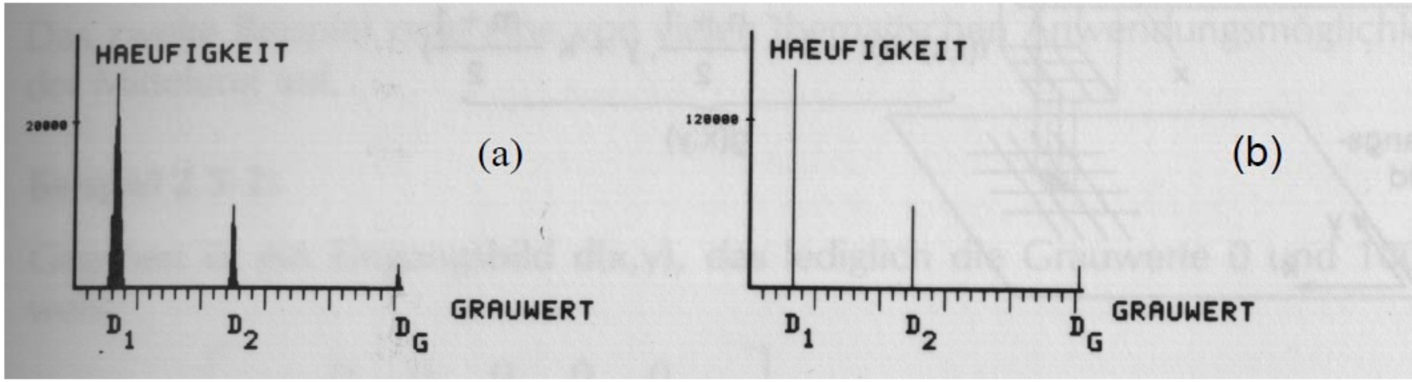


Ausgangsbild Eingangsbild

8.1 Äquidensitenbildung (III)

Beispiel 2

- Gegeben sei eine Vorlage (z.B. Karte) mit den Grauwertstufen D_i, i = 1, . . ., G, und dem Histogramm in Bild (b).
- Aufgrund von Rauscheffekten bei der Datenerfassung erhält man aber ein Eingangsbild mit dem Histogramm in Bild (a).



- Mit Hilfe einer geeigneten TC lässt sich das Rauschen entfernen, d.h. ein Ausgangsbild mit dem erwarteten Histogramm erhalten:

  $TC(0,D_1,(D_1+D_2)/2,D_1)$ . . . $TC((D_{i-1}+D_i)/2,D_i,(D_i+D_{i+1})/2,D_i)$ . . .

  $TC((D_{G-1}+D_G)/2,D_G,255,D_G)$

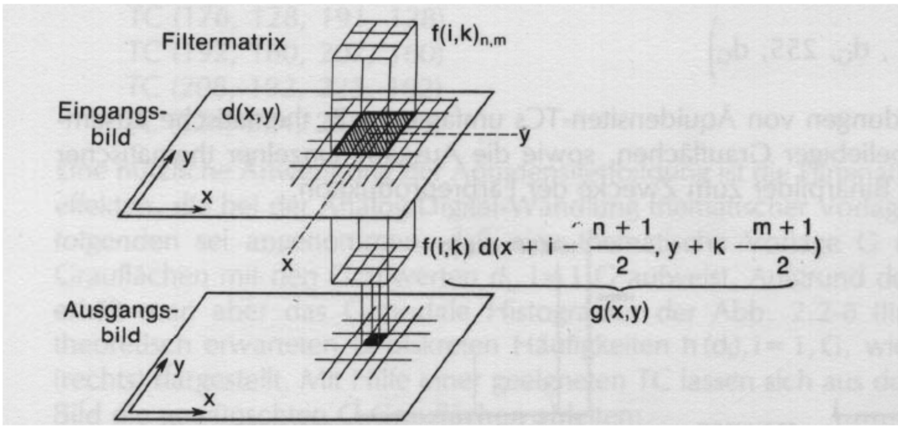
8.2 Lineare Ortsfilterungen (I)

Definition

- Eine *lineare Ortsfilterung (Faltung)* ist eine Funktion g(x,y), die ein Eingangsbild d(x,y) folgendermassen transformiert:

$$g(x,y) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} f(i,k) \cdot d\left(x + i - \frac{n+1}{2}, y + k - \frac{m+1}{2}\right) + konst$$

- Die *Filterkoeffizienten f(i,k)* bestimmen den Typ der Filterung. Die Matrix der *f(i,k), 1 ≤ i ≤ n, 1 ≤ k ≤ m,* heißt *Filtermatrix.*
- Die Werte n und m sind meist ungerade, sodass die Filtermatrix über (x,y) zentriert ist.



Lineare Ortsfilterung
mit n = m = 3

8.2 Lineare Ortsfilterungen (II)Mittelungen

Mittelungen

- Mit den Filterkoeffizienten *f(i,k) = 1/nm* weist man jedem Pixel den Mittelwert der Grauwerte in seiner (n × m)-Umgebung zu.
- Bei Mittelungen gilt *konst = 0.*

Beispiel 1

$$
\begin{pmatrix}
\ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots \\
\ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots \\
\ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots \\
\ldots 9\,9\,9\,9\,9 \ldots \\
\ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots \\
\ldots 9\,9\,9\,9\,9 \ldots \\
\ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots \\
\ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots \\
\ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots
\end{pmatrix}
\qquad
1/9 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}
\qquad \longrightarrow \qquad
\begin{pmatrix}
\ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots \\
\ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots \\
\ldots 3\,3\,3\,3\,3 \ldots \\
\ldots 3\,3\,3\,3\,3 \ldots \\
\ldots 6\,6\,6\,6\,6 \ldots \\
\ldots 3\,3\,3\,3\,3 \ldots \\
\ldots 3\,3\,3\,3\,3 \ldots \\
\ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots \\
\ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots
\end{pmatrix}
$$

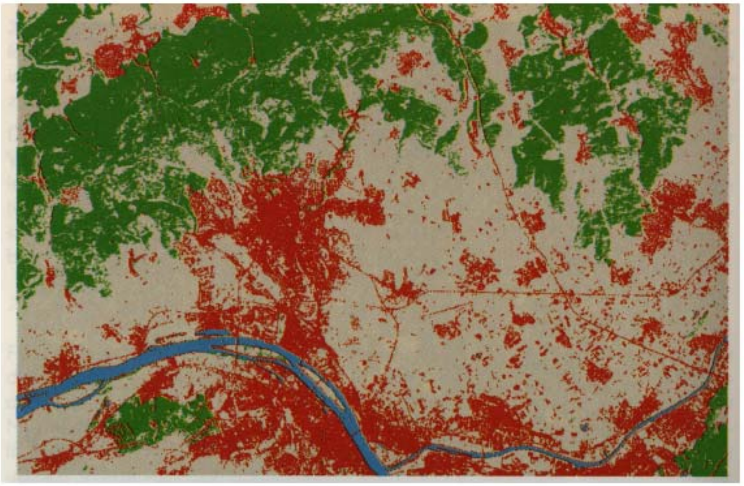
Eingangsbild — Filtermatrix — Ausgangsbild

8.2 Lineare Ortsfilterungen (III)

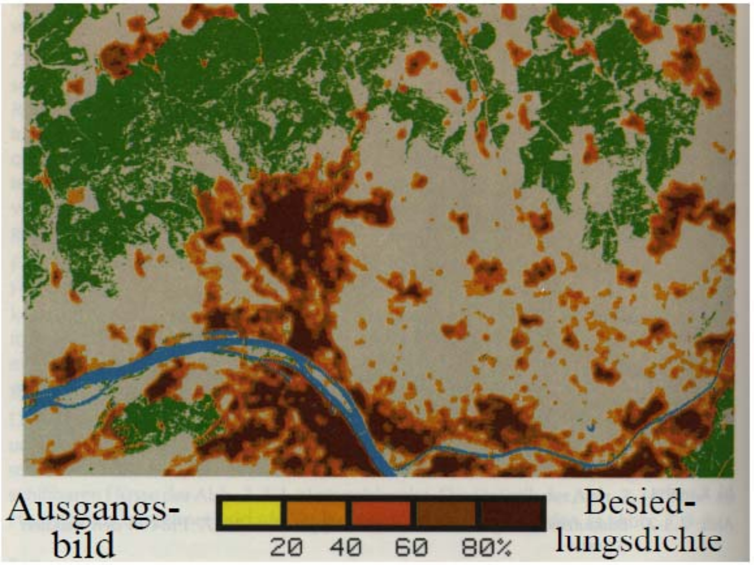
Beispiel 2

$$\begin{bmatrix} \ldots 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \ldots \\ \ldots 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \ldots \\ \ldots 0 & 100 & 100 & 100 & 0 \ldots \\ \ldots 0 & 100 & 100 & 100 & 0 \ldots \\ \ldots 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \ldots \end{bmatrix} \quad 1/9 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} \ldots 0 & 0 & 11 & 11 & 11 \ldots \\ \ldots 11 & 22 & 44 & 33 & 22 \ldots \\ \ldots 22 & 44 & 77 & 55 & 33 \ldots \\ \ldots 22 & 44 & 66 & 44 & 22 \ldots \\ \ldots 11 & 22 & 33 & 22 & 11 \ldots \end{bmatrix}$$

Eingangsbild (100 = besiedelt) — Filtermatrix — Ausgangsbild (Besiedlungsdichte in 3x3 Agglomerationen)



Eingangsbild (rot = besiedelt)



8.2 Lineare Ortsfilterungen (IV)

Medianfilterung

- Die (n × m)-Umgebung des Eingangspixels d(x,y) wird nicht gemittelt, sondern es wird der Median berechnet und als g(x,y) gewählt.
- Das Ausgangsbild ist nicht so unscharf wie das bei der Mittelung entstehende, da “Ausreisser” bei den d(x,y) nicht so stark ins Gewicht fallen.
- Die Medianfilterung wird verwendet, um “Störpixel” in thematischen Karten zu beseitigen und sie damit übersichtlicher zu machen.

Gradientenfilterungen

- Eine *Gradientenfilterung* ist eine Filterung, deren Filterkoeffizienten f(i,k) so gewählt werden, dass homogene Grauwertbereiche einen Wert ≈ 0 erhalten, während an Grauwertsprüngen Werte >> 0 oder << 0 auftreten.
- Bei Gradientenfilterungen setzt man (falls dmax = 255) *konst = 127.*
- Gradientenfilterungen können dazu verwendet werden, ein Bild in Segmente mit homogenen Grauwerten zu zerlegen. Dies ist ein Schritt bei der *Vektorisierung* von Rasterbildern, d.h. der Umwandlung eines Rasterbilds in ein Vektorbild.

Verschiedene Gradientenfilterungen

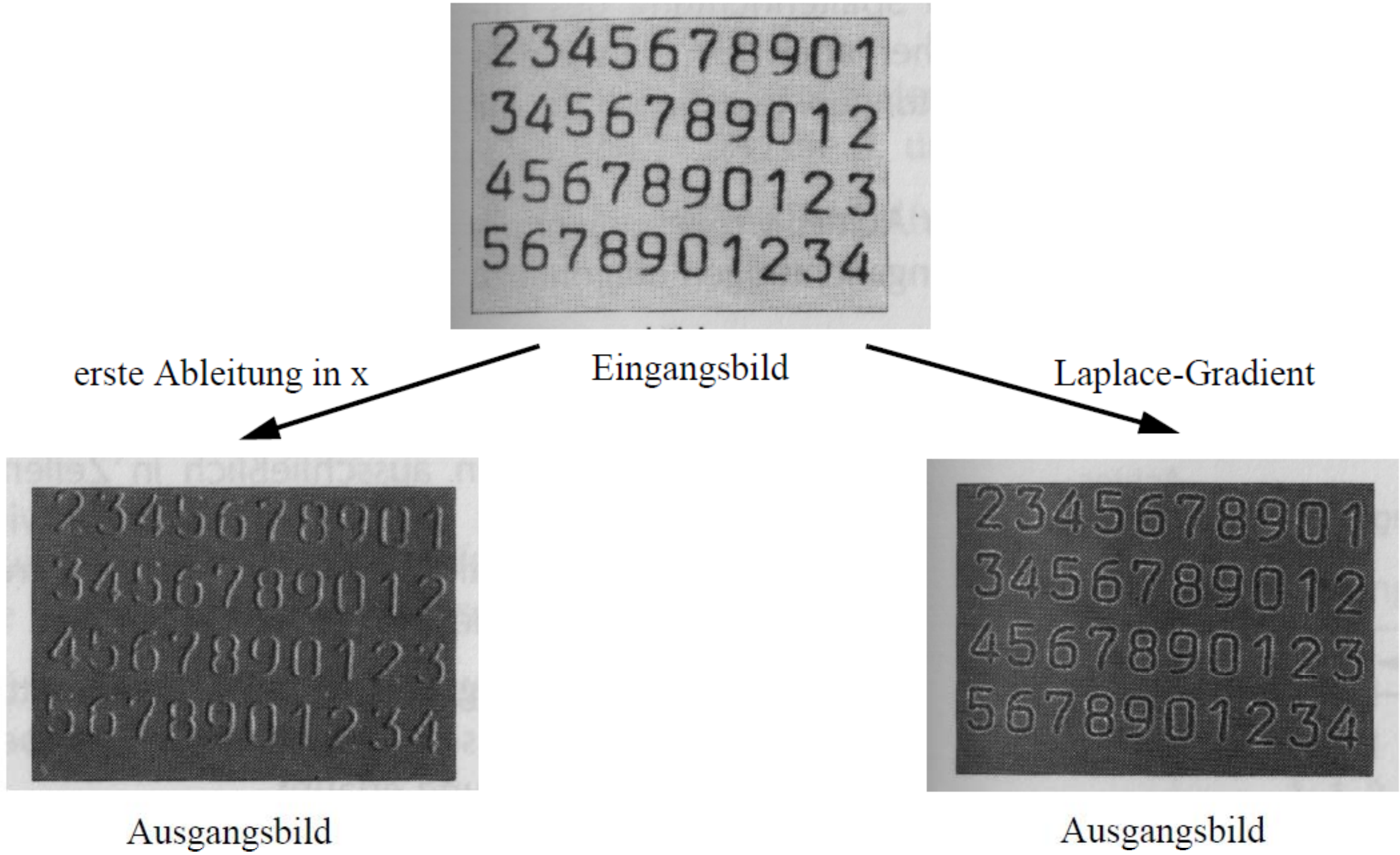
- Die Filtermatrix $f(i,k)_{1,2} = (-1\ +1)$ liefert eine Approximation der *ersten partiellen Ableitung in x, $\delta d(x,y)/\delta x$.*
- Eine Approximation der Summe der zweiten partiellen Ableitungen liefert der *Laplace-Gradient*

$$f(i,k)_{3,3} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots \\ \ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots \\ \ldots 3\,3\,3\,3\,3 \ldots \\ \ldots 3\,3\,3\,3\,3 \ldots \\ \ldots 6\,6\,6\,6\,6 \ldots \\ \ldots 3\,3\,3\,3\,3 \ldots \\ \ldots 3\,3\,3\,3\,3 \ldots \\ \ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots \\ \ldots 0\,0\,0\,0\,0 \ldots \end{pmatrix}}_{\text{Eingangsbild}} \quad \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots \\ \ldots & -3 & -3 & -3 & -3 & -3 & \ldots \\ \ldots & 6 & 3 & 3 & 3 & 6 & \ldots \\ \ldots & 0 & -3 & -3 & -3 & 0 & \ldots \\ \ldots & 12 & 6 & 6 & 6 & 12 & \ldots \\ \ldots & 0 & -3 & -3 & -3 & 0 & \ldots \\ \ldots & 6 & 3 & 3 & 3 & 6 & \ldots \\ \ldots & -3 & -3 & -3 & -3 & -3 & \ldots \\ \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots \end{pmatrix}}_{\text{Ausgangsbild}}$$

8.2 Lineare Ortsfilterungen (VII)

Beispiele



8.3 Abstandstransformationen (I)

Motivation

- “Wie gut ist die Anbindung eines Gebiets an den öffentlichen Verkehr?”
- Erstelle eine Karte, die für jeden Ort den Abstand zum nächstgelegenen Bahnhof darstellt.

Gegeben

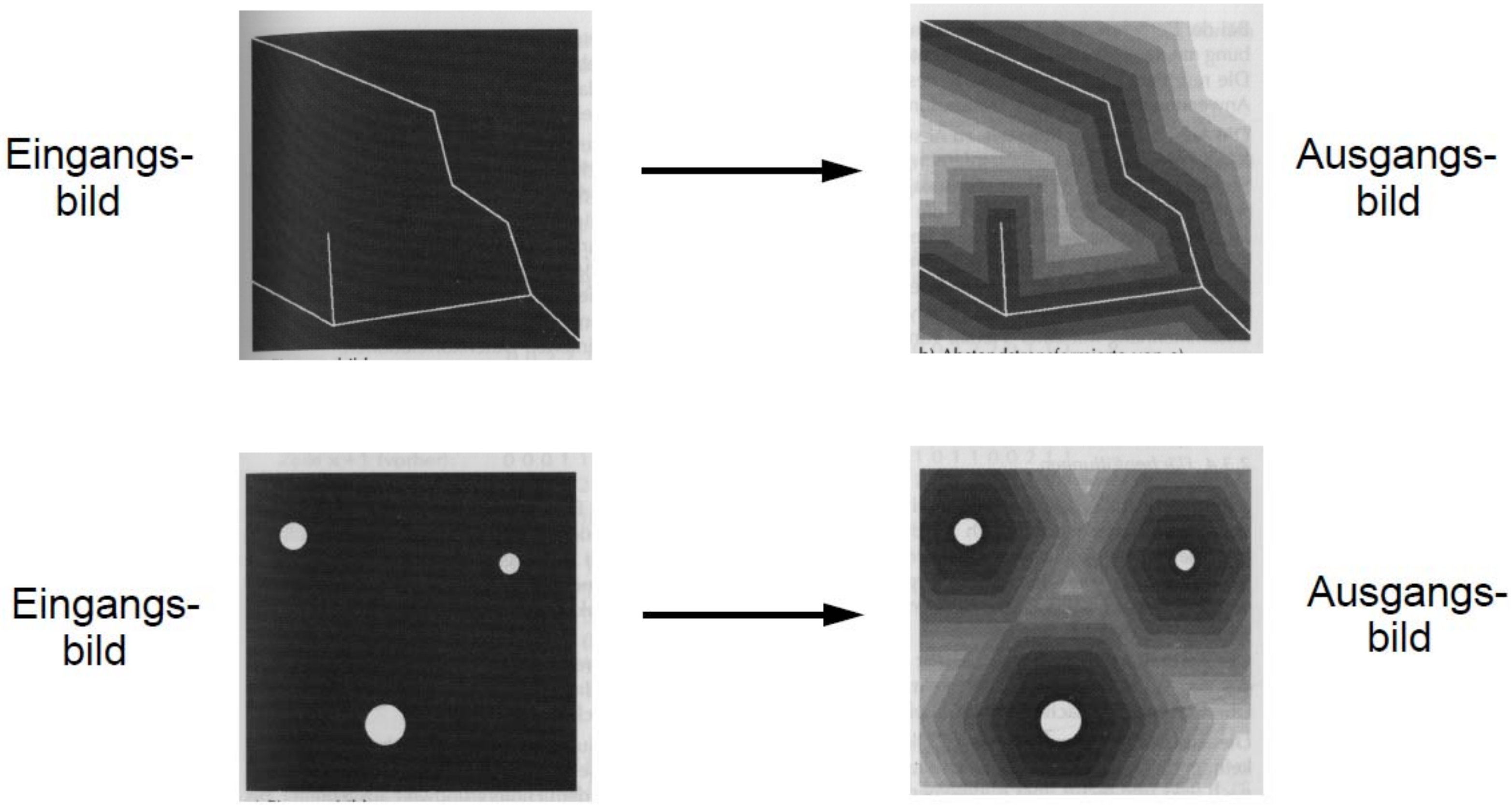
- Ein Eingangsbild, das ein Zielobjekt darstellt (nicht unbedingt zusammenhängend)
- Eine Distanzfunktion für ein Paar von Pixeln

Gesucht

- Das Ausgangsbild, das jedem Pixel den Grauwert zuordnet, der seiner Distanz zum nächsten Pixel des Zielobjekts entspricht

8.3 Abstandstransformationen (II)

Beispiele



Naiver Algorithmus

- Durchlaufe alle Pixel (x,y) des Rasterbildes
  - Bestimme für jedes andere Pixel (a,b) die Distanz *d* = dist((x,y),(a,b)).
  - Falls (a,b) zum Zielobjekt gehört und *d* bisher minimal ist, setze den Grauwert von (x,y) auf *d*.

```
FOR ALL Pixel (x,y) DO
    d(x,y) = 0
    FOR ALL Pixel (a,b) DO
        d = dist((x,y), (a,b))
        IF (a,b) ∈ Zielobjekt  AND d < d(x,y) THEN
            d(x,y) = d
        ENDIF
    END FOR
END FOR
```

- Dieser Algorithmus besitzt eine Laufzeit von $O(NM)^2$.

8.3 Algorithmen (II)

Idee zur Verbesserung

- Alle Pixel des Zielobjekts besitzen die Distanz 0.
- Wenn die minimale Distanz aller Pixel, die von einem Pixel p die Distanz 1 besitzen d ist, dann besitzt p die Distanz d + 1.

Ablauf des Algorithmus

- Setze für alle Pixel des Zielobjekts den Grauwert auf 0.
- Durchlaufe alle Pixel (x,y) des Rasterbildes und tue das folgende:

  Sammle die Grauwerte d aller k Pixel, die von (x,y) die Distanz 1 besitzen;

  Bestimme das Minimum Min von $\{d(x,y), d(x_1,y_1)+1, \ldots, d(x_k,y_k)+1\}$;

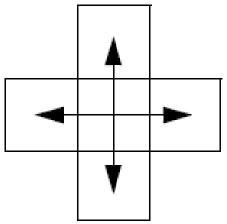
  Setze den Grauwert von (x,y) auf Min;

- Frage: welche Pixel haben von (x,y) die Distanz 1?

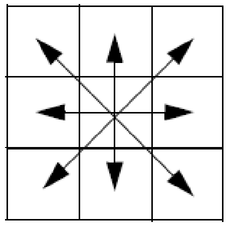
  => Umgebungen

Umgebungen

- Zu definieren ist die *Umgebung* eines Pixels p, d.h. die Menge aller Pixel, die eine Distanz von 1 zu p besitzen.
- Die *Viererumgebung* eines Pixels (x,y) besteht aus den Pixeln (x,y+1), (x,y-1), (x-1,y) und (x+1,y).
- Die *Achterumgebung* eines Pixels (x,y) besteht aus den vier Pixeln der Viererumgebung und zusätzlich den vier Pixeln (x+1,y+1), (x+1,y-1), (x-1,y-1) und (x-1,y+1).



Viererumgebung



Achterumgebung

Notation

- Die Pixel p, p_1 bzw. p_2 besitzen die Koordinaten (x,y), (x_1,y_1) bzw. (x_2,y_2).

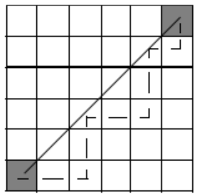
Distanzfunktionen

- Die gebräuchlichste Distanzfunktion ist die *Euklidische Distanz D_e :*

$$D_e(p_1, p_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

- Die *Viererdistanz* ist die Distanz, die durch Viererumgebungen induziert wird:

$$D_4(p_1, p_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$



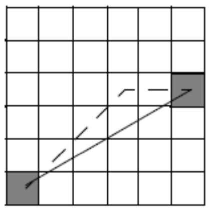
- - - - - $D_4 = 10$

——— $D_e = 50^{1/2}$

$$D_e \leq D_4 \leq \sqrt{2} \cdot D_e$$

- Die *Achterdistanz* ist die Distanz, die durch Achterumgebungen induziert wird:

$$D_8(p_1, p_2) = max\{|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|\}$$



- - - - - $D_8 = 5$

——— $D_e = 34^{1/2}$

$$\frac{D_e}{\sqrt{2}} \leq D_8 \leq D_e$$

8.3 Algorithmen (II)

PROCEDURE Abstandstandstransformation (Eingangsbild,Distanz)

(1) FOR ALL Pixel (x,y) aus Eingangsbild DO
    IF (x,y) gehört zum Zielobjekt THEN
        d(x,y):= 0
    ELSE d(x,y):= MAXDIST
  END FOR;

(2) FOR ALL Pixel (x,y) aus Eingangsbild *von links oben nach rechts unten DO*
    Sammle die Grauwerte d aller k Pixel, die von (x,y) die Distanz 1 besitzen;
    Bestimme das Minimum Min von $\{d(x,y), d(x_1,y_1)+1, \ldots, d(x_k,y_k)+1\}$;
    d(x,y) := Min;

(3) FOR ALL Pixel (x,y) aus Eingangsbild *von rechts unten nach links oben DO*
    Sammle die Grauwerte d aller k Pixel, die von (x,y) die Distanz 1 besitzen;
    Bestimme das Minimum Min von $\{d(x,y), d(x_1,y_1)+1, \ldots, d(x_k,y_k)+1\}$;
    d(x,y) := Min;

Beispiel

2	3	5	2	4
2	4	7	1	1
6	7	1	2	3
3	1	3	6	5
1	2	7	4	5

Eingangsbild

8	8	8	8	8
8	8	8	0	0
8	8	0	8	8
8	0	8	8	8
0	8	8	8	8

Zwischenergebnis nach (1)

Distanz = Viererdistanz

8	8	8	1	1
8	8	1	0	0
8	1	0	1	1
1	0	1	2	2
0	1	2	3	3

Zwischenergebnis nach (2)

4	3	2	1	1
3	2	1	0	0
2	1	0	1	1
1	0	1	2	2
0	1	2	3	3

Endergebnis nach (3)

8.4 Kombination von Bildern (I)

Definition

- Eine Kombination von k Eingangsbildern ist eine Funktion

$$g(x, y) = f(d_1(x, y), d_2(x, y), \ldots, d_k(x, y))$$

- Von praktischer Bedeutung sind arithmetische und logische Operationen f.

Summenbildung

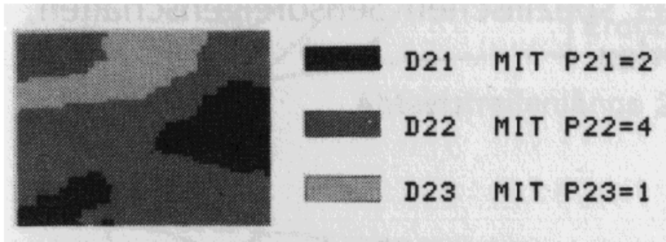
- Zur Summenbildung von k thematischen Rasterbildern werden die Grauwerte mit Hilfe von Funktionen $TC_1, \ldots, TC_k$ geeignet gewichtet.
- Die Summenbildung von k Bildern mit Pixeln $d_i(x,y)$, $1 \leq i \leq k$, ist also eine Funktion $g(x, y) = \sum_{i=1}^{k} TC_i(d_i(x, y))$
- Liegen nach Anwendung dieser Funktion der minimale (g_{min}) oder der maximale (g_{max}) Grauwert ausserhalb des Intervalls $[0, \ldots, d_{max}]$, so muss g(x,y) mittels der $TC(g_{min}, 0, g_{max}, d_{max})$ transformiert werden.

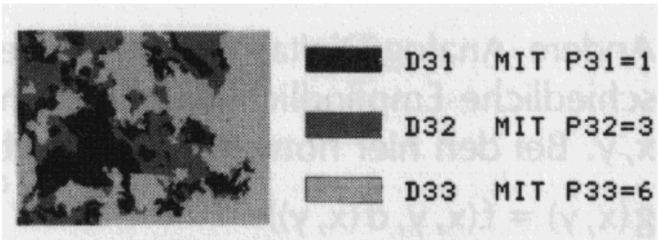
8.4 Kombination von Bildern (II)

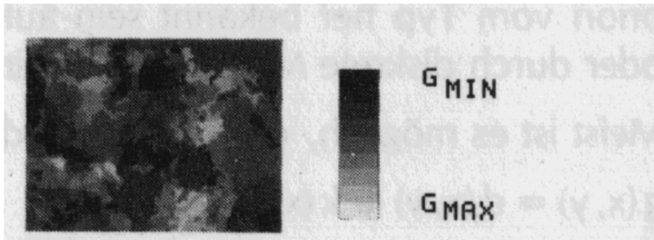
Beispiel

- Gegeben sind $k = 3$ Eingangsbilder mit Grauwerten im Intervall [1, 2, 3], z.B. derzeitige Flächennutzung, Bodenqualität, Topographie.
- Ausgangsbild: Eignung des Gebiets für einen geg. Planungszweck
- Die Funktionen TC_i (thematische Gewichte) sind wie folgt definiert:

  TC_1 (1,1,2,5,3,2), TC_2 (1,2,2,4,3,1), TC_3 (1,1,2,3,3,6)
- g_{min} = 3 (sehr schlechte Eignung), g_{max} = 15 (sehr gute Eignung)







8.4 Kombination von Bildern (III)

Differenzbildung

- Die Differenzbildung zweier Bilder dient der Erkennung von Änderungen des Bildinhalts zeitlich versetzter, aber lageidentischer Aufnahmen.
- Die *Differenzbildung* zweier Eingangsbilder ist definiert als

$$g(x, y) = d_1(x, y) - d_2(x, y) + \frac{d_{max}}{2}$$

- Nulldifferenzen erhalten den Wert $d_{max}/2$, positive bzw. negative Differenzen erhalten Grauwerte > $d_{max}/2$ bzw. < $d_{max}/2$.
- $g_{min} = -d_{max}/2$, $g_{max} = 3\ d_{max}/2$
- Durch Anwendung der folgenden TC (bei dmax = 255) erhält man ein Ausgangsbild im Grauwertbereich [0, . . ., 255]:

  TC(-128,0,0,0)

  TC(0,0,255,255)

  TC(255,255,382,255)

8.4 Kombination von Bildern (IV)

Logische Operationen

- Logische Operationen sind nur für *binäre Eingangsbilder* möglich, d.h. für Rasterbilder mit den beiden Grauwerten 0 (= FALSE) und 1 (= TRUE):

$$g(x, y) = d_1(x, y) \text{ OP } d_2(x, y)$$

- *OP* ist eine der logischen Operationen
  - AND (a AND b = 1 nur wenn a=1 *und* b=1)
  - OR (a OR b = 1 wenn *mindestens* einer der Eingangswerte =1)
  - XOR (a XOR b = 1 wenn *genau* einer der Eingangswerte =1)

Einblendungen

- Die Einblendung von Texturen o.ä. in ein Rasterbild erfolgt mit Hilfe der Operation OR:

$$g(x, y) = d(x, y) \text{ OR } Textur(x, y)$$

8.4 Kombination von Bildern (V)

Beispiel

- Gegeben sind $k = 3$ Eingangsbilder mit Grauwerten im Intervall [1, 2, 3], z.B. Flächennutzung, Bodenqualität, Topographie.
- Es sollen nur die jeweiligen Grauwerte mit dem höchsten Gewicht betrachtet werden (optimale Werte). Gesucht sind die Regionen, die in jedem Bild (d.h. nach jedem Thema) den optimalen Wert besitzen.
- Die Eingangsbilder werden mit Hilfe der TC_i in binäre Bilder transformiert:

$TC_1/TC_2(1,0,2,1,3,0)$	für das erste und für das zweite Bild
$TC_3(1,0,2,0,3,1)$	für das dritte Bild

8.4 Kombination von Bildern (VI)

Beispiel (cont.)

- Die drei binären Bilder $d_i(x,y)$ werden folgendermassen kombiniert:

$$g(x,y) = d_1(x,y) \text{ AND } d_2(x,y) \text{ AND } d_3(x,y)$$