Kapitel 2: Ein abstraktes Geo-Datenmodell

Skript zur Vorlesung

Geo-Informationssysteme

Wintersemester 2013/14

Ludwig-Maximilians-Universität München

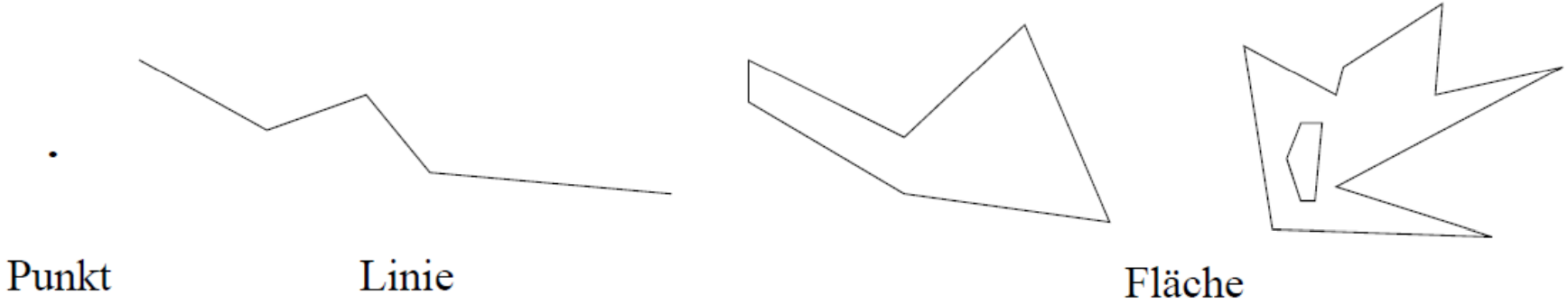
(c) Peer Kröger 2011, basierend auf dem Skript von Christian Böhm aus dem SoSe 2009

2. Ein abstraktes Geo-Datenmodell

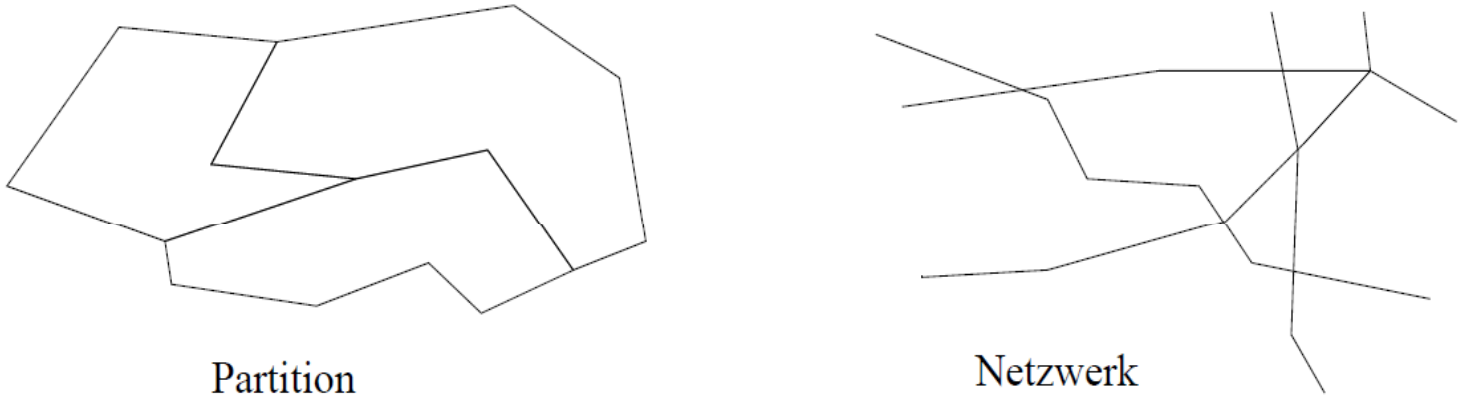
1. Was soll modelliert werden?
2. Spatial Data Types
3. Integration in das relationale Datenmodell

2.1 Was soll modelliert werden?

- **Einzelne Objekte**



- **Mengen räumlich benachbarter Objekte**



2.1 Was soll modelliert werden?

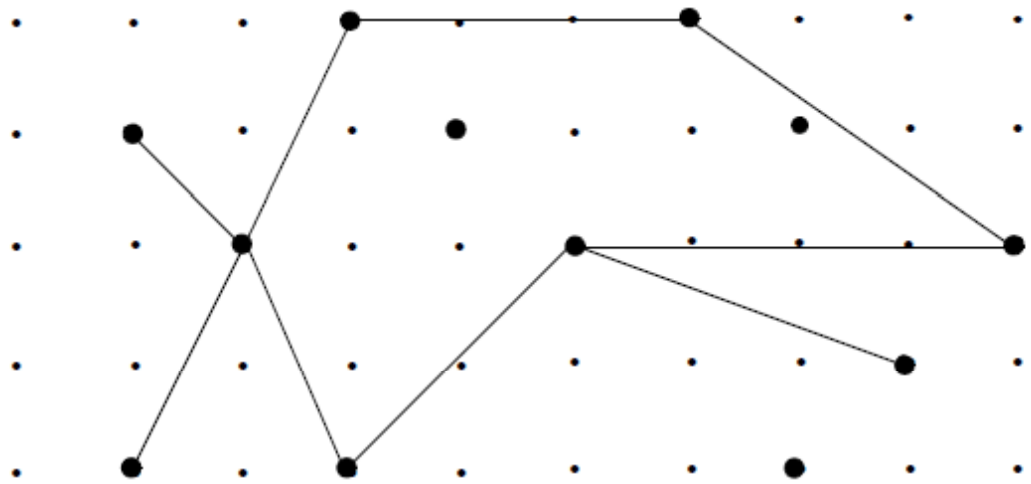
Probleme mit dem Euklidischen Raum

- Punkt = (r1, r2)
  - r1 und r2 sind theoretisch reelle Zahlen
  - im Rechner aber nur als Fließkommazahlen mit bestimmter Genauigkeit repräsentiert
- Problem mit Schnittpunkten zweier Linien:
  - Runden der Koordinaten des Schnittpunkts zur nächsten Fließkomma-Zahl
  - der Schnittpunkt liegt dann auf keiner der beiden Linien (Inkonsistenz)

2.1 Was soll modelliert werden?

Lösung: Realm-basierter Ansatz [Schneider, Güting 1994]

- Eine *Realm* ist eine Menge von Punkten und nicht-schneidenden Liniensegmenten über einem gegebenen Gitter
- Schnittpunkte zweier Linien müssen auf einem Gitterpunkt liegen



2.1 Realms

Gegeben sei ein endlicher diskreter Raum $N \times N$ mit $N = \{0,1,\ldots,n-1\}$.

Robuste Geometrische Primitive

- Ein *N-Punkt ist ein Paar* $(x,y) \in N \times N$. *PN sei die Menge aller N-Punkte.*
- Ein *N-Segment ist ein Paar verschiedener N-Punkte (p,q), SN die Menge aller Segmente.*

Realms

- Eine *N-Realm ist eine Menge* $R = P \cup S$ *mit*

  (i) $P \subseteq PN$ (***R-Punkte***), $S \subseteq SN$ (***R-Segmente***)

  (ii) $\forall\, s \in S : s = (p,q) \Rightarrow p \in P \wedge q \in P$

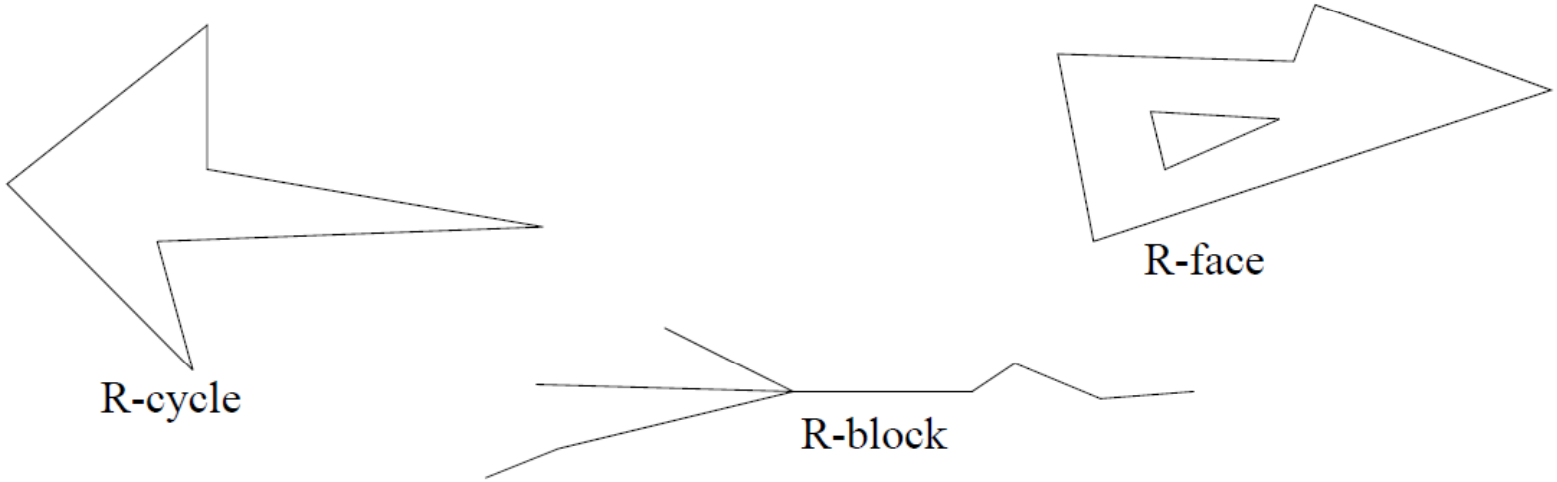
  (iii) $\forall\, p \in P\ \forall s \in S : \neg\,(\, p \text{ in } s\,)$

  (iv) $\forall\, s, t \in S,\ s \neq t : \neg\,(\, s \text{ intersects } t\,)$
- Interpretation einer Realm als planarer Graph:
  - Menge der Knoten = P
  - Menge der Kanten = S

Realm Strukturen

Die folgenden Definitionen beruhen auf der Graph-Interpretation einer Realm R:

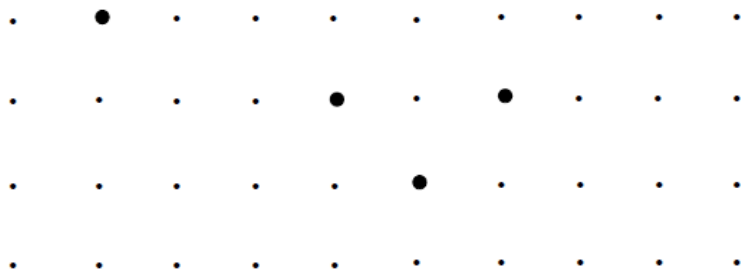
- Ein *R-cycle* ist ein Zyklus im Graphen von R.
- Ein *R-face* ist ein R-cycle der andere disjunkte R-cycles enthalten kann.
- Ein *R-block* ist eine Zusammenhangskomponente im Graphen von R.



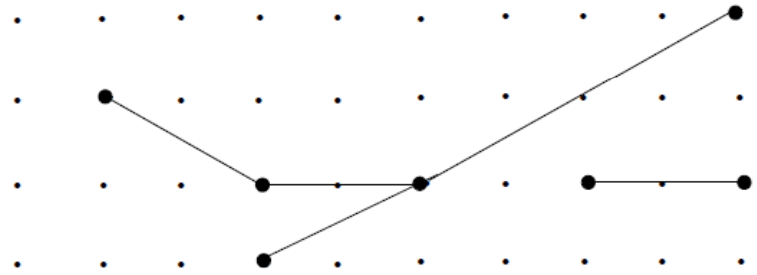
Realm-Basierte Spatial Data Types

Gegeben sei eine Realm R.

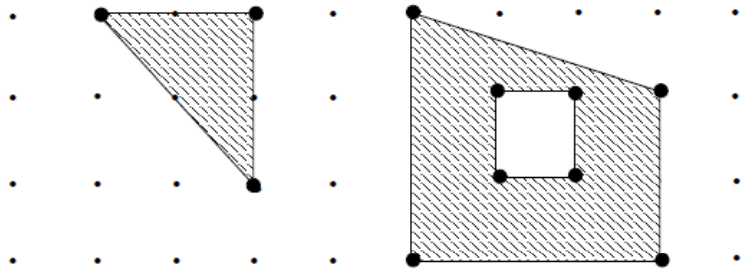
- Der Typ *points* definiert Mengen von R-Punkten.
- Der Typ *lines* definiert Mengen von paarweise disjunkten R-blocks.
- Der Typ *regions* definiert Mengen von paarweise kanten-disjunkten R-faces.



ein Element von points



ein Element von lines



ein Element von regions

2.2 Spatial Data Types

Typmengen

- EXT = {***lines, regions*** }
- GEO = {***points, lines, regions*** }
- OBJ = {**cities, highways, . . .**} (anwendungsspezifisch)
- set(OBJ) modelliert eine Datenbank

⇒ Second Order Signature (Typmengen = kinds)

Arten von Operationen

- Resultat vom Typ bool (Prädikate)
- Resultat vom Typ GEO
- Resultat vom Typ int / real
- Resultat vom Typ set(GEO) (Anfragen)

Prädikate (Resultat vom Typ bool)

$\forall$ *geo* $\in$ GEO $\forall$ *ext, ext1, ext2* $\in$ EXT

geo × *geo*	→ bool	=, ≠, "nördlich von", "dist < 100", ...
geo × ***regions***	→ bool	inside
regions* × *regions	→ bool	area_disjoint, edge_disjoint
points* × *ext	→ bool	on_border_of
ext1 × *ext2*	→ bool	disjoint, meet, overlaps, covers, contains, covered_by, inside, equal (Topologische Prädikate)

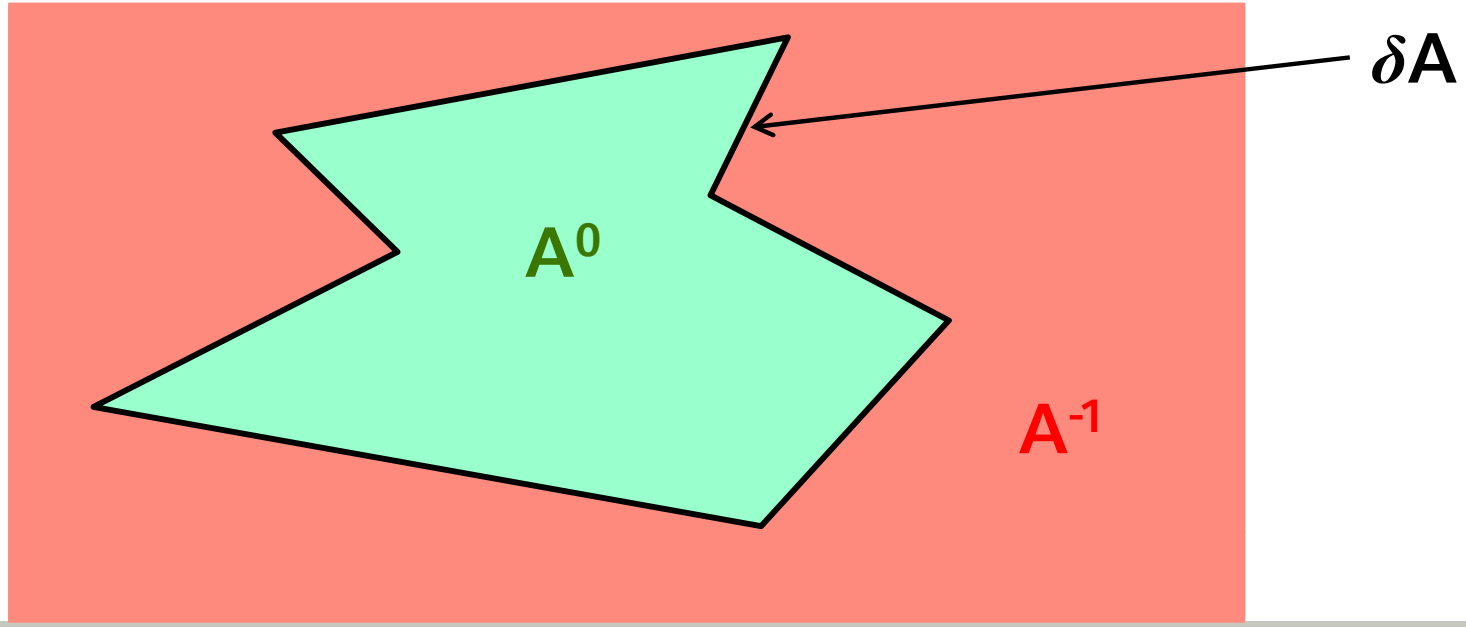
. . .

→ vollständige Menge der topologischen Prädikate

2.2 Topologische Prädikate (I)

9-Schnitt-Modell [Egenhofer 1991]

- Wir betrachten *einfache Polygone ohne Löcher (R-cycles)*. Ein solches Polygon kann als Punktmenge im 2D (N-Punkte) angesehen werden.
- Für eine Punktmenge A bezeichnen
  - A^0 das *Innere von A,*
  - δA den *Rand von A,*
  - A^{-1} das *Äußere* (Komplement) *von A.*



2.2 Topologische Prädikate (I)

9-Schnitt-Modell (Forts.)

- Um die topologische Beziehung zwischen zwei Polygonen (Punktmengen) A und B zu bestimmen, bilden wir die folgenden 9 Schnitte und notieren die Ergebnisse (Ø oder ¬Ø) in einer Matrix, genannt *Durchschnittsmatrix:*

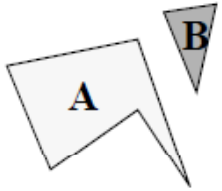
$\delta A \cap \delta B$	$\delta A \cap B^0$	$\delta A \cap B^{-1}$
$A^0 \cap \delta B$	$A^0 \cap B^0$	$A^0 \cap B^{-1}$
$A^{-1} \cap \delta B$	$A^{-1} \cap B^0$	$A^{-1} \cap B^{-1}$

- Von den 512 potentiellen Matrizen können nur 8 auftreten, wenn A und B keine Löcher haben, zusammenhängend sind und nicht 1-dimensional sind.
- Jede dieser 8 Matrizen definiert eine topologische Beziehung zwischen den Polygonen A und B.

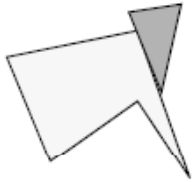
9-Schnitt-Modell (Forts.)

Durchschnittsmatrizen für die 8 topologischen Beziehungen

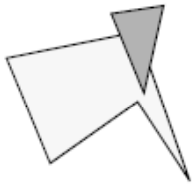
$$M_{disjoint}(A, B) = \begin{pmatrix} \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$



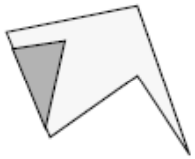
$$M_{meet}(A, B) = \begin{pmatrix} \neg\varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$



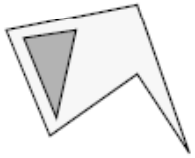
$$M_{overlaps}(A, B) = \begin{pmatrix} \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$



$$M_{covers}(A, B) = \begin{pmatrix} \neg\varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$



$$M_{contains}(A, B) = \begin{pmatrix} \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$



$$M_{coveredby}(A, B) = \begin{pmatrix} \neg\varnothing & \neg\varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \neg\varnothing & \varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$

$$M_{inside}(A, B) = \begin{pmatrix} \varnothing & \neg\varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \neg\varnothing & \varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$

$$M_{equal}(A, B) = \begin{pmatrix} \neg\varnothing & \varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \neg\varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$

Operationen mit Resultat vom Typ GEO

$\forall$ *geo* $\in$ *GEO* $\forall$ *ext, ext1, ext2* $\in$ *EXT*

geo × *geo*	→ *geo*	*plus, minus*
ext	→ ***points***	vertices
regions	→ ***lines***	contour
points* × *points	→ ***?***	intersection
lines* × *lines	→ ***?***	intersection
regions* × *regions	→ ***?***	intersection
regions* × *lines	→ ***?***	intersection
. . .		

siehe Übung!

Semantik basierend auf Realm-Operationen

Seien R ∈ *regions* und L ∈ *lines*:

intersection(R,L):= blocks({s ∈ Segments(L) | ∃ r ∈ R: s *inside* r})

Operationen mit Resultat vom Typ int oder real (skalar)

$\forall$ *geo, geo1, geo2* $\in$ *GEO*

geo	$\rightarrow$ *int*	no_of_components
geo1 $\times$ *geo2*	$\rightarrow$ *real*	dist
geo	$\rightarrow$ *real*	diameter
lines	$\rightarrow$ *real*	length
regions	$\rightarrow$ *real*	area

. . .

Semantik basierend auf Realm-Operationen

Seien G $\in$ GEO und L $\in$ ***lines:***

$$\text{diameter}(G) := \max\{\text{dist}(p,q) \mid p, q \in \text{vertices}(G)\}$$

$$\text{length}(L) := \sum_{(p,q) \in \text{Segments}(L)} \text{dist}(p,q)$$

Anfragen

$\forall\ obj \in OBJ,\ \forall\ geo1, geo2 \in GEO$

$set(obj) \times (obj \rightarrow geo1) \times geo2 \quad \rightarrow set(obj)$ nearest_neighbor_query

Beispiel:

$set(\mathbf{cities}) \times (\mathbf{cities} \rightarrow \mathbf{regions}) \times \mathbf{points} \rightarrow set(\mathbf{cities})$

$set(obj) \times (obj \rightarrow geo1) \times \mathbf{regions} \rightarrow set(obj)$ region_query

Beispiel:

$set(\mathbf{cities}) \times (\mathbf{cities} \rightarrow \mathbf{regions}) \times \mathbf{regions} \rightarrow \mathbf{set(cities)}$

2.3 Integration in das rel. Datenmodell

Idee

- Geo-Objekte einer Anwendung werden als Tupel bzw. Objekte mit mindestens einem Attribut eines Spatial Data Types modelliert.
- Das Datenmodell soll neben den atomaren Datentypen wie *int und string* auch *Spatial Data Types* anbieten.

Beispiel: Relationales Schema

- **relation** states (sname: string; area: *regions;* population*:* int*)*
- **relation** cities (cname: string; center: *points; ext: regions;* population*: int)*
- **relation** rivers (rname: string; route: *lines)*

Beispiel: Anfragen in Geo-Relationaler Algebra

(1) cities select [center inside Bavaria]

"Bavaria" sei eine Konstante des Typs ***regions***

(2) rivers select [route intersects Window]

(3) cities select [dist(center,Hagen) < 100 and population > 500.000]

(4) cities states join [center inside area]

(5) cities rivers join [dist(center,route) < 50]

(6) rivers select [route intersects Bavaria]

extend [intersection(route,Bavaria) {part}]

extend [length(part) {plength}]

project [rname,part,plength]

2.3 Integration in ein Datenbanksystem

Integration der algebraischen Operationen in konkrete Anfragesprache

z.B. SQL:

(4') SELECT cname, sname FROM cities, states WHERE center inside area

Input und Output von Konstanten

- Input von Konstanten von Spatial Data Types:
  - *points, lines, regions* benennen (z.B. über Mapping *obj* → *geo*)
  - oder graphischer Input der Konstanten
- Output von Konstanten von Spatial Data Types:
  - Graphischer Output
  - mit Legende (Namen, Typ, . . . von Objekten)