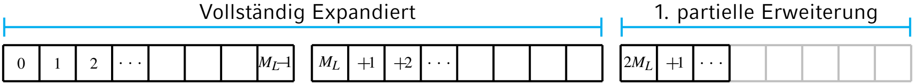
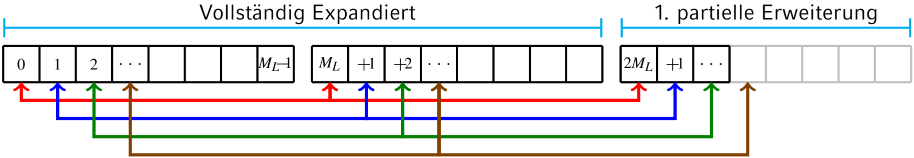
Bitte nicht Drucken!

Dies ist Daumenkino, für die Betrachtung am PC.
Es auszudrucken wäre Papierverschwendung.

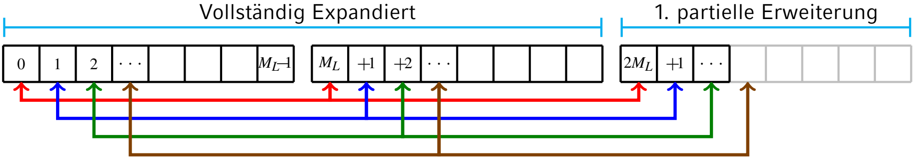
Wederholung: Struktur der Hashtabelle bei Linearem Hashing mit partiellen Erweiterungen:



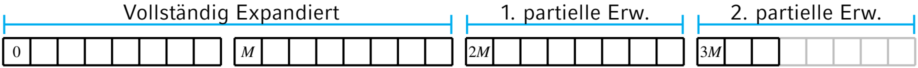
Wederholung: Struktur der Hashtabelle bei Linearem Hashing mit partiellen Erweiterungen:



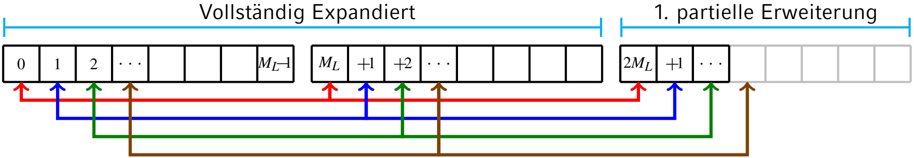
Wederholung: Struktur der Hashtabelle bei Linearem Hashing mit partiellen Erweiterungen:



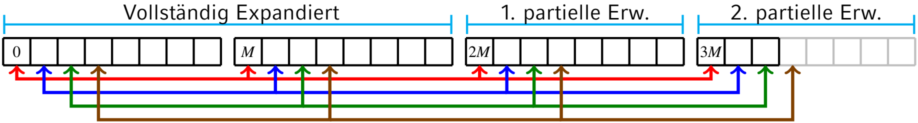
Bei der zweiten partiellen Expansion:



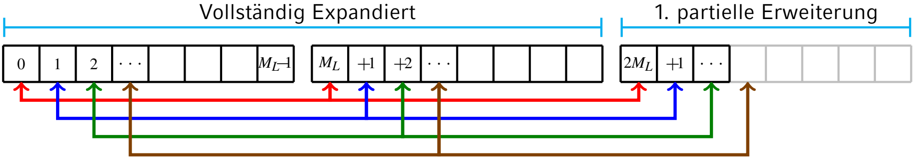
Wederholung: Struktur der Hashtabelle bei Linearem Hashing mit partiellen Erweiterungen:



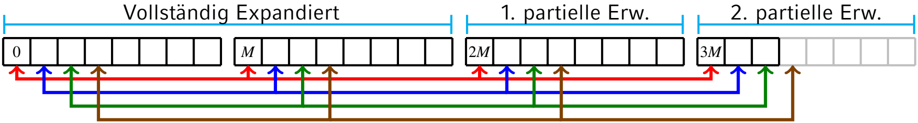
Bei der zweiten partiellen Expansion:



Wederholung: Struktur der Hashtabelle bei Linearem Hashing mit partiellen Erweiterungen:

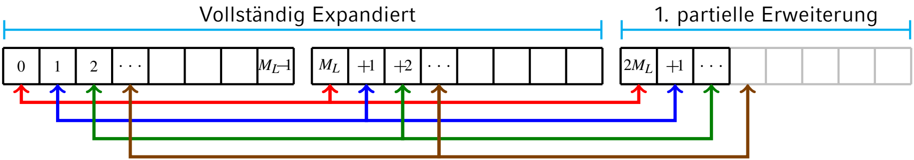


Bei der zweiten partiellen Expansion:

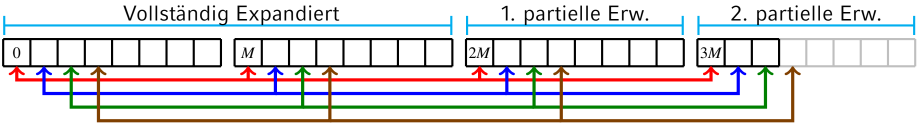


Wenn die zweite partielle Erweiterung fertig ist,
hat sich die Tabelle verdoppelt ⇒ Level $L + 1$

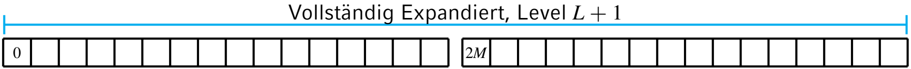
Wederholung: Struktur der Hashtabelle bei Linearem Hashing mit partiellen Erweiterungen:



Bei der zweiten partiellen Expansion:



Wenn die zweite partielle Erweiterung fertig ist, hat sich die Tabelle verdoppelt ⇒ Level $L+1$



Verallgemeinerte Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) \mod M_L = h_L(k)$$

(In der Mathematik/Zahlentheorie: "Kongruenz bezüglich M_L")

Verallgemeinerte Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) \mod M_L = h_L(k)$$

(In der Mathematik/Zahlentheorie: “Kongruenz bezüglich M_L”)

Lineares Hashing *ohne* partielle Erweiterungen:

Es gibt genau zwei Fälle: Differenz 0 oder M_L!
Beide sind gleich bzgl. $\mod M_L$. (a)

Bei den partiellen Erweiterungen wird es zusätzliche Fälle geben!

Verallgemeinerte Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) \mod M_L = h_L(k)$$

(In der Mathematik/Zahlentheorie: “Kongruenz bezüglich M_L”)

Siehe Vorlesung! (b)

Nicht bzw. vollständig verdoppelt	$2M_L$ Buckets (genau)
1. partielle Expansion	$2M_L + 1 \ldots 3M_L - 1$
1. partielle Expansion vollständig	$3M_L$
2. partielle Expansion	$3M_L + 1 \ldots 4M_L - 1$

Mit $4M_L$ ist der neue Level $L + 1$ errreicht, $4M_L = 2M_{L+1}$.

Hashfunktion für partielle Erweiterungen:

$$h_L(i,x) := \mathcal{H}(x) \mod (i+1)\cdot N \cdot 2^L \qquad (= \mathcal{H}(x) \mod (i+1)\cdot M_L)$$

Dabei ist $\mathcal{H}(x)$ wieder zur Verbesserung der Datenverteilung.
Im folgenden sei einfach: $h := \mathcal{H}(x)$.

Hashfunktion für partielle Erweiterungen:

$$h_L(i,x) := \mathcal{H}(x) \mod (i+1) \cdot N \cdot 2^L \qquad (= \mathcal{H}(x) \mod (i+1) \cdot M_L)$$

Dabei ist $\mathcal{H}(x)$ wieder zur Verbesserung der Datenverteilung.
Im folgenden sei einfach: $h := \mathcal{H}(x)$.
L = Level, i = partielle Expansion

Hashfunktion für partielle Erweiterungen:

$$h_L(i,x) := \mathcal{H}(x) \mod (i+1)\cdot N \cdot 2^L \qquad (= \mathcal{H}(x) \mod (i+1)\cdot M_L)$$

Dabei ist $\mathcal{H}(x)$ wieder zur Verbesserung der Datenverteilung.
Im folgenden sei einfach: $h := \mathcal{H}(x)$.
L = Level, i = partielle Expansion

Beispiel: Sei $N = 2$, und $\mathcal{H}(x) = h$, dann erhalten wir:

$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
$h_0(1,h) = h \mod 2$	$h_0(2,h) = h \mod 3$	$h_0(3,h) = h \mod 4$
$h_1(1,h) = h \mod 4$	$h_1(2,h) = h \mod 6$	$h_1(3,h) = h \mod 8$
$h_2(1,h) = h \mod 8$	$h_2(2,h) = h \mod 12$	$h_2(3,h) = h \mod 16$
$h_3(1,h) = h \mod 16$	$h_3(2,h) = h \mod 24$	$h_3(3,h) = h \mod 32$
$h_4(1,h) = h \mod 32$	$h_4(2,h) = h \mod 48$	$h_4(3,h) = h \mod 64$

Hashfunktion für partielle Erweiterungen:

$$h_L(i,x) := \mathcal{H}(x) \mod (i+1) \cdot N \cdot 2^L \qquad (= \mathcal{H}(x) \mod (i+1) \cdot M_L)$$

Dabei ist $\mathcal{H}(x)$ wieder zur Verbesserung der Datenverteilung.
Im folgenden sei einfach: $h := \mathcal{H}(x)$.
L = Level, i = partielle Expansion

Zu zeigen: 3. Expansion ($i = 3$) $=$ nächstes Level!

Hashfunktion für partielle Erweiterungen:

$$h_L(i,x) := \mathcal{H}(x) \mod (i+1)\cdot N \cdot 2^L \qquad (= \mathcal{H}(x) \mod (i+1)\cdot M_L)$$

Dabei ist $\mathcal{H}(x)$ wieder zur Verbesserung der Datenverteilung.
Im folgenden sei einfach: $h := \mathcal{H}(x)$.
L = Level, i = partielle Expansion

Zu zeigen: 3. Expansion ($i = 3$) = nächstes Level!

$$\begin{aligned} h_L(3,x) :=& \mathcal{H}(x) \mod (1+3)N2^L \\ =& \mathcal{H}(x) \mod 4N2^L \\ =& \mathcal{H}(x) \mod 2N2^{L+1} \\ =& h_{L+1}(1,x) \end{aligned}$$

(c1)

Hashfunktion für partielle Erweiterungen:

$$h_L(i,x) := \mathcal{H}(x) \mod (i+1) \cdot N \cdot 2^L \qquad (= \mathcal{H}(x) \mod (i+1) \cdot M_L)$$

Dabei ist $\mathcal{H}(x)$ wieder zur Verbesserung der Datenverteilung.
Im folgenden sei einfach: $h := \mathcal{H}(x)$.
L = Level, i = partielle Expansion

Zu zeigen: 3. Expansion ($i = 3$) = nächstes Level!

$$\begin{aligned} h_L(3,x) :=& \mathcal{H}(x) \mod (1+3)N2^L \\ =& \mathcal{H}(x) \mod 4N2^L \\ =& \mathcal{H}(x) \mod 2N2^{L+1} \\ =& h_{L+1}(1,x) \end{aligned}$$

Trivial, da $4N2^L = 4M_L = 2M'_L$ (c2) (c4)

D.h. wenn wir verdoppelt haben, ist das genau wie beim Linearen Hashing ohne partielle Erweiterungen, nur dass wir eine doppelt so große Anfangstabelle verwendet haben.

Was passiert dazwischen, bei $h_L(2, x)$
D.h. bei den partiellen Erweiterungen?

$$h_L(i, x) := \mathcal{H}(x) \mod (i+1) \cdot \underbrace{N \cdot 2^L}_{=M_L}$$

Was passiert dazwischen, bei $h_L(2,x)$
D.h. bei den partiellen Erweiterungen?

$$h_L(i,x) := \mathcal{H}(x) \mod (i+1) \cdot \underbrace{N \cdot 2^L}_{=M_L}$$

Alle unsere Module sind durch M_L teilbar!

Was passiert dazwischen, bei $h_L(2, x)$
D.h. bei den partiellen Erweiterungen?

$$h_L(i, x) := \mathcal{H}(x) \mod (i + 1) \cdot \underbrace{N \cdot 2^L}_{=M_L}$$

Alle unsere Module sind durch M_L teilbar!

Das bedeutet: *alle* an einem Split beteiligten Buckets sind M_L voneinander entfernt (solange L fest bleibt, und sich nur i ändert).

Konsequenz: Der Split betrifft *genau* 2 oder 3 Primärseiten.

Keinesfalls berechnen wir jedes Mal alle Hashwerte neu. Dann hätten wir eine Laufzeit von $O(n)$, wir wollen aber $O(1)$!

Welche Hashfunktion verwenden?

Welche Hashfunktion verwenden?

1. Level L und partielle Expansion i bestimmen.

Zwei Kandidaten: $h_L(i,k)$ oder $h_L(i,k)$, wobei ggf. eben $h_L(3,k) = h_{L+1}(1,k)$ gilt.

Welche Hashfunktion verwenden?

1. Level L und partielle Expansion i bestimmen.

Zwei Kandidaten: $h_L(i,k)$ oder $h_L(i,k)$, wobei ggf. eben $h_L(3,k) = h_{L+1}(1,k)$ gilt.

2. Eine beliebige davon berechnen.

Falls $h_L(\_,k) \mod M_L < p$, ist $i+1$ richtig, andernfalls i.

Achtung, mit Expansionszeiger $\mod M_L$ vergleichen,
intuitiv: “im ersten Teil der Tabelle”

Verfahren	Lineares Hashing	L.H. mit partiellen Expansionen $n_0 = 2$
Initiale Größe		

Verfahren	Lineares Hashing	L.H. mit partiellen Expansionen $n_0 = 2$
Initiale Größe	N	$2N$ (gerade!)
Hashfunkt.		

Verfahren	Lineares Hashing	L.H. mit partiellen Expansionen $n_0 = 2$
Initiale Größe	N	$2N$ (gerade!)
Hashfunkt.	$h_L(x)$	$h_L(i,x)$ für $i = \{1, 2\,(, 3)\}$
Beispiel:		

Verfahren	Lineares Hashing	L.H. mit partiellen Expansionen $n_0 = 2$
Initiale Größe	N	$2N$ (gerade!)
Hashfunkt.	$h_L(x)$	$h_L(i,x)$ für $i = \{1, 2\,(, 3)\}$
Beispiel:	$h_L(x) = x \mod N \cdot 2^L$	$h_L(i,x) = x \mod (i+1) \cdot N \cdot 2^L$
Beispiel $N=1$:		

Verfahren	Lineares Hashing	L.H. mit partiellen Expansionen $n_0 = 2$	
Initiale Größe	N	$2N$ (gerade!)	
Hashfunkt.	$h_L(x)$	$h_L(i,x)$ für $i = \{1, 2\,(,3)\}$	
Beispiel:	$h_L(x) = x \mod N \cdot 2^L$	$h_L(i,x) = x \mod (i+1) \cdot N \cdot 2^L$	
Beispiel $N=1$:	$h_0(x) = x \mod 1 = 0$	$h_0(1,x) = x \mod 2$	$h_0(2,x) = x \mod 3$
	$h_1(x) = x \mod 2$	$h_1(1,x) = x \mod 4$	$h_1(2,x) = x \mod 6$
	$h_2(x) = x \mod 4$	$h_2(1,x) = x \mod 8$	$h_2(2,x) = x \mod 12$
	$h_3(x) = x \mod 8$	$h_3(1,x) = x \mod 16$	$h_3(2,x) = x \mod 24$
Level			

Verfahren	Lineares Hashing	L.H. mit partiellen Expansionen $n_0 = 2$	
Initiale Größe	N	$2N$ (gerade!)	
Hashfunkt.	$h_L(x)$	$h_L(i,x)$ für $i = \{1, 2\,(,3)\}$	
Beispiel:	$h_L(x) = x \mod N \cdot 2^L$	$h_L(i,x) = x \mod (i+1) \cdot N \cdot 2^L$	
Beispiel $N = 1$:	$h_0(x) = x \mod 1 = 0$	$h_0(1,x) = x \mod 2$	$h_0(2,x) = x \mod 3$
	$h_1(x) = x \mod 2$	$h_1(1,x) = x \mod 4$	$h_1(2,x) = x \mod 6$
	$h_2(x) = x \mod 4$	$h_2(1,x) = x \mod 8$	$h_2(2,x) = x \mod 12$
	$h_3(x) = x \mod 8$	$h_3(1,x) = x \mod 16$	$h_3(2,x) = x \mod 24$
Level	$L \geq 0$	$L \geq 0$ + partielle Expansionen!	
Expansionsz.			

Verfahren	Lineares Hashing	L.H. mit partiellen Expansionen $n_0 = 2$
Initiale Größe	N	$2N$ (gerade!)
Hashfunkt.	$h_L(x)$	$h_L(i,x)$ für $i = \{1, 2\,(, 3)\}$
Beispiel:	$h_L(x) = x \mod N \cdot 2^L$	$h_L(i,x) = x \mod (i+1) \cdot N \cdot 2^L$
Beispiel $N{=}1$:	$h_0(x) = x \mod 1 = 0$	$h_0(1,x) = x \mod 2$ $h_0(2,x) = x \mod 3$
	$h_1(x) = x \mod 2$	$h_1(1,x) = x \mod 4$ $h_1(2,x) = x \mod 6$
	$h_2(x) = x \mod 4$	$h_2(1,x) = x \mod 8$ $h_2(2,x) = x \mod 12$
	$h_3(x) = x \mod 8$	$h_3(1,x) = x \mod 16$ $h_3(2,x) = x \mod 24$
Level	$L \geq 0$	$L \geq 0 +$ partielle Expansionen!
Expansionsz.	$p \in \{0, \ldots, N \cdot 2^L - 1\}$	$p \in \{0, \ldots, N \cdot 2^L - 1\}$ (nicht $2N$!)
Kriterium		

Verfahren	Lineares Hashing	L.H. mit partiellen Expansionen $n_0 = 2$
Initiale Größe	N	$2N$ (gerade!)
Hashfunkt.	$h_L(x)$	$h_L(i,x)$ für $i = \{1, 2\,(,3)\}$
Beispiel:	$h_L(x) = x \mod N \cdot 2^L$	$h_L(i,x) = x \mod (i+1) \cdot N \cdot 2^L$
Beispiel $N{=}1$:	$h_0(x) = x \mod 1 = 0$	$h_0(1,x) = x \mod 2$ $h_0(2,x) = x \mod 3$
	$h_1(x) = x \mod 2$	$h_1(1,x) = x \mod 4$ $h_1(2,x) = x \mod 6$
	$h_2(x) = x \mod 4$	$h_2(1,x) = x \mod 8$ $h_2(2,x) = x \mod 12$
	$h_3(x) = x \mod 8$	$h_3(1,x) = x \mod 16$ $h_3(2,x) = x \mod 24$
Level	$L \geq 0$	$L \geq 0 +$ partielle Expansionen!
Expansionsz.	$p \in \{0, \ldots, N \cdot 2^L - 1\}$	$p \in \{0, \ldots, N \cdot 2^L - 1\}$ (nicht $2N$!)
Kriterium	Belegungsfaktor bf: $\frac{\#\text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}}$	Speicherplatzausnutzung: $\frac{\#\text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}}$
Split	Aus 1 werden 2	Aus 2 werden 3, aus 3 werden 4

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Erste partielle Expansion: $h_0(1,k) := k \mod 4$, $h_0(2,k) := k \mod 6$

p
↓

0	1	2	3
320	757	090	711
016	613	402	027
712		522	303
004			319

$h_0(1,\_)$ $h_0(1,\_)$ $h_0(1,\_)$ $h_0(1,\_)$

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\text{\#Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{13}{16} < 0.85$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Erste partielle Expansion: $h_0(1,k) := k \mod 4$, $h_0(2,k) := k \mod 6$

p
↓

0	1	2	3
320	757	090	711
016	613	402	027
712		522	303
004		434	319

$h_0(1,\_)$ $h_0(1,\_)$ $h_0(1,\_)$ $h_0(1,\_)$

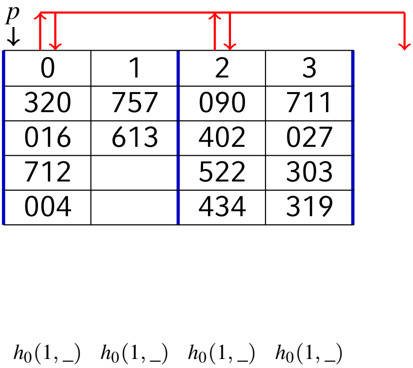
Speicherplatzausnutzung: $\frac{\text{\#Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{14}{16} > 0.85$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$)   Partielle Expansionen: $n_0 = 2$

Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$

Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Erste partielle Expansion: $h_0(1,k) := k \mod 4$, $h_0(2,k) := k \mod 6$



0	1	2	3
320	757	090	711
016	613	402	027
712		522	303
004		434	319

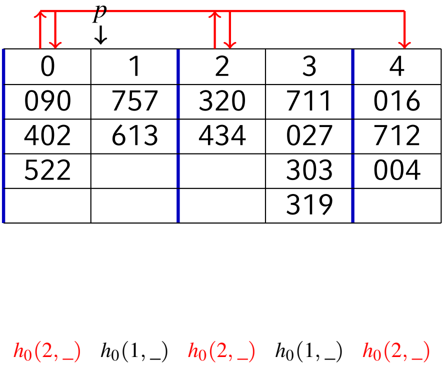
Speicherplatzausnutzung: $\frac{\text{\#Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{14}{16} > 0.85$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$

Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$

Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Erste partielle Expansion: $h_0(1,k) := k \mod 4$, $h_0(2,k) := k \mod 6$



0	1	2	3	4
090	757	320	711	016
402	613	434	027	712
522			303	004
			319	
$h_0(2,\_)$	$h_0(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_0(1,\_)$	$h_0(2,\_)$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$)   Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1, k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2, k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Erste partielle Expansion: $h_0(1, k) := k \mod 4$, $h_0(2, k) := k \mod 6$

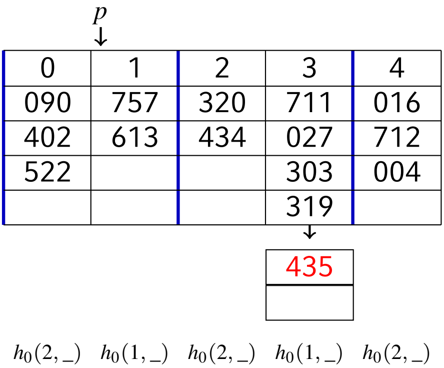
p ↓ (über Spalte 1)

0	1	2	3	4
090	757	320	711	016
402	613	434	027	712
522			303	004
			319	
$h_0(2, \_)$	$h_0(1, \_)$	$h_0(2, \_)$	$h_0(1, \_)$	$h_0(2, \_)$

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\#\text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{14}{20} < 0.85$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Erste partielle Expansion: $h_0(1,k) := k \mod 4$, $h_0(2,k) := k \mod 6$



0	1	2	3	4
090	757	320	711	016
402	613	434	027	712
522			303	004
			319	

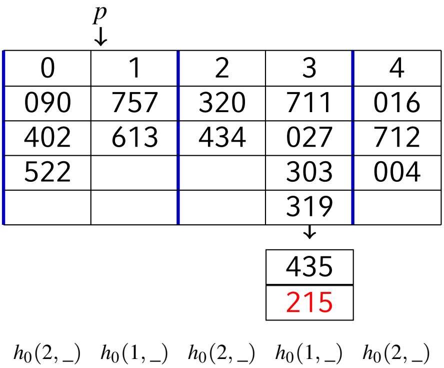
435

$h_0(2,\_)$ $h_0(1,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(1,\_)$ $h_0(2,\_)$

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\text{\#Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{15}{22} < 0.85$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Erste partielle Expansion: $h_0(1,k) := k \mod 4$, $h_0(2,k) := k \mod 6$

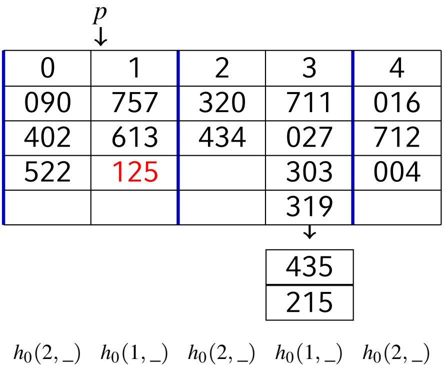


0	1	2	3	4
090	757	320	711	016
402	613	434	027	712
522			303	004
			319	
			435	
			215	
$h_0(2,\_)$	$h_0(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_0(1,\_)$	$h_0(2,\_)$

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\#\text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{16}{22} < 0.85$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Erste partielle Expansion: $h_0(1,k) := k \mod 4$, $h_0(2,k) := k \mod 6$



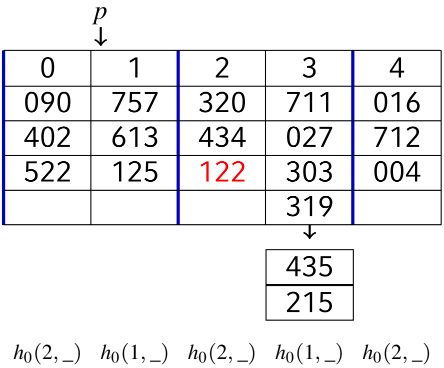
0	1	2	3	4
090	757	320	711	016
402	613	434	027	712
522	125		303	004
			319	
$h_0(2,\_)$	$h_0(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_0(1,\_)$	$h_0(2,\_)$

435
215

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\#\text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{17}{22} < 0.85$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Erste partielle Expansion: $h_0(1,k) := k \mod 4$, $h_0(2,k) := k \mod 6$

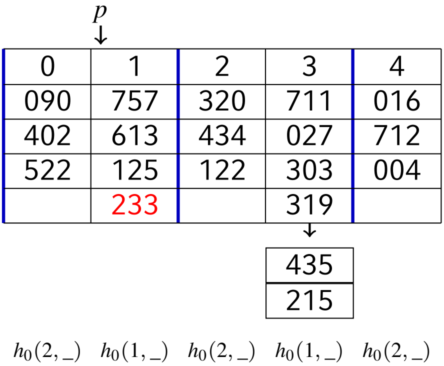


0	1	2	3	4
090	757	320	711	016
402	613	434	027	712
522	125	122	303	004
			319	
			435	
			215	
$h_0(2,\_)$	$h_0(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_0(1,\_)$	$h_0(2,\_)$

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\text{\#Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{18}{22} < 0.85$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$)   Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Erste partielle Expansion: $h_0(1,k) := k \mod 4$, $h_0(2,k) := k \mod 6$



p ↓ (über Spalte 1)

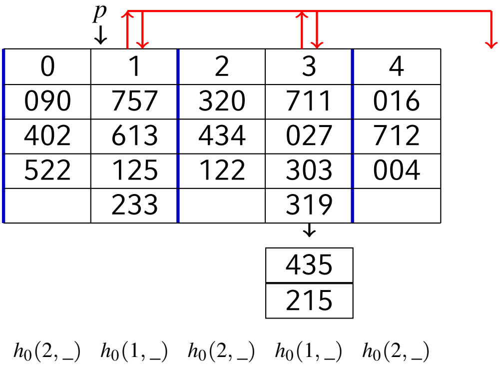
0	1	2	3	4
090	757	320	711	016
402	613	434	027	712
522	125	122	303	004
	233		319	
$h_0(2,\_)$	$h_0(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_0(1,\_)$	$h_0(2,\_)$

435
215

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\#\text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{19}{22} > 0.85$

Initiale Größe: $2N = 4$ $(N = 2)$ Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Erste partielle Expansion: $h_0(1,k) := k \mod 4$, $h_0(2,k) := k \mod 6$



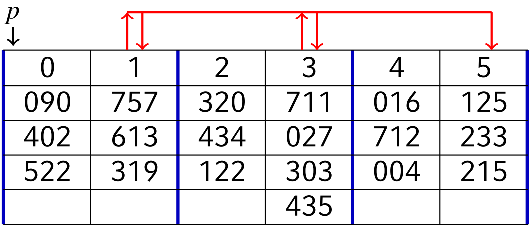
0	1	2	3	4
090	757	320	711	016
402	613	434	027	712
522	125	122	303	004
	233		319	
$h_0(2,\_)$	$h_0(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_0(1,\_)$	$h_0(2,\_)$

435
215

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\#\text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{19}{22} > 0.85$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Erste partielle Expansion: $h_0(1,k) := k \mod 4$, $h_0(2,k) := k \mod 6$



0	1	2	3	4	5
090	757	320	711	016	125
402	613	434	027	712	233
522	319	122	303	004	215
			435		

$h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$

Erste *partielle* Expansion vollständig!
Statt $h_0(1,k)$ nächste Hashfunktion: $h_1(1,k)$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Zweite partielle Expansion: $h_1(1,k) := k \mod 8$, $h_0(2,k) := k \mod 6$

p
↓

0	1	2	3	4	5
090	757	320	711	016	125
402	613	434	027	712	233
522	319	122	303	004	215
	007		435		

$h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\text{\#Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{20}{24}$

Initiale Größe: $2N = 4$ $(N = 2)$ Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Zweite partielle Expansion: $h_1(1,k) := k \mod 8$, $h_0(2,k) := k \mod 6$

p
↓

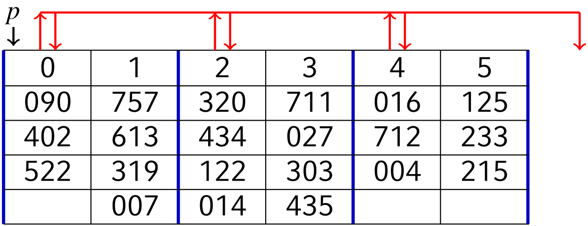
0	1	2	3	4	5
090	757	320	711	016	125
402	613	434	027	712	233
522	319	122	303	004	215
	007	014	435		

$h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\text{\#Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{21}{24}$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Zweite partielle Expansion: $h_1(1,k) := k \mod 8$, $h_0(2,k) := k \mod 6$



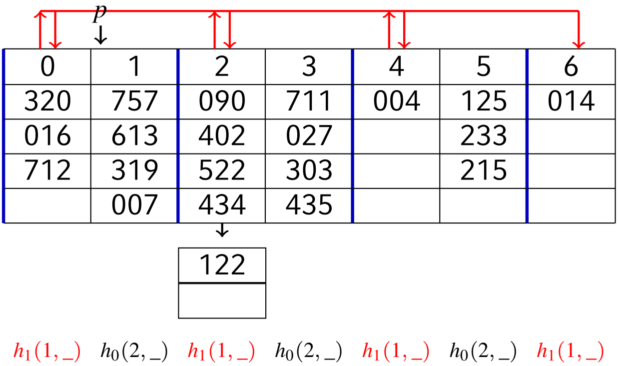
0	1	2	3	4	5
090	757	320	711	016	125
402	613	434	027	712	233
522	319	122	303	004	215
	007	014	435		

$h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_0(2,\_)$

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\#\text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{21}{24}$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Zweite partielle Expansion: $h_1(1,k) := k \mod 8$, $h_0(2,k) := k \mod 6$

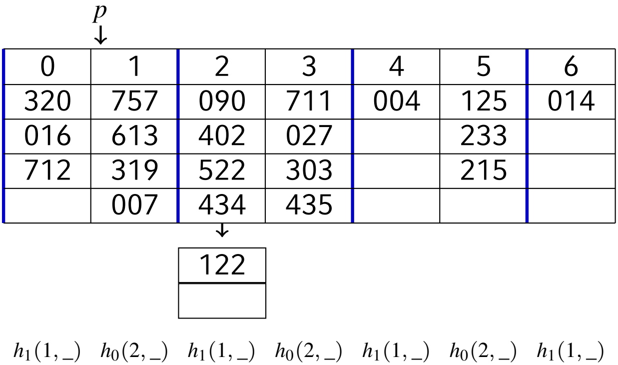


0	1	2	3	4	5	6
320	757	090	711	004	125	014
016	613	402	027		233	
712	319	522	303		215	
	007	434	435			
		122				
$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\#\text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{21}{30}$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Zweite partielle Expansion: $h_1(1,k) := k \mod 8$, $h_0(2,k) := k \mod 6$



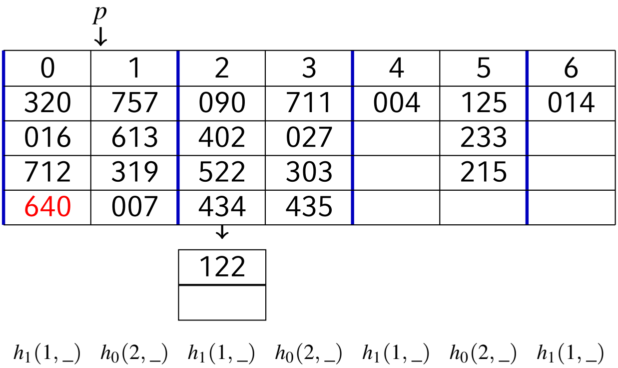
0	1	2	3	4	5	6
320	757	090	711	004	125	014
016	613	402	027		233	
712	319	522	303		215	
	007	434	435			
$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$

122

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\text{\#Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{21}{30}$

Initiale Größe: $2N = 4$ $(N = 2)$ Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Zweite partielle Expansion: $h_1(1,k) := k \mod 8$, $h_0(2,k) := k \mod 6$

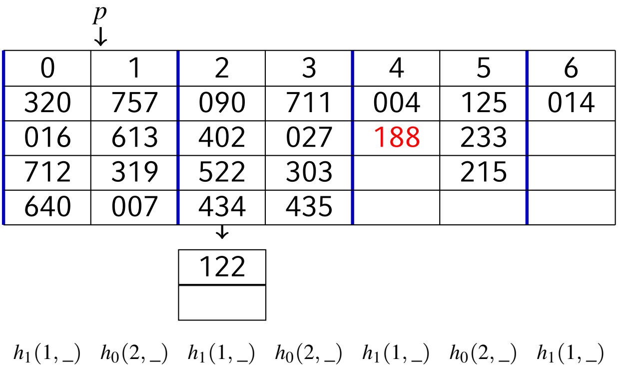


0	1	2	3	4	5	6
320	757	090	711	004	125	014
016	613	402	027		233	
712	319	522	303		215	
640	007	434	435			
$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\text{\#Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{22}{30}$

Initiale Größe: $2N = 4$ $(N = 2)$ Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Zweite partielle Expansion: $h_1(1,k) := k \mod 8$, $h_0(2,k) := k \mod 6$



p ↓

0	1	2	3	4	5	6
320	757	090	711	004	125	014
016	613	402	027	188	233	
712	319	522	303		215	
640	007	434	435			
$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$

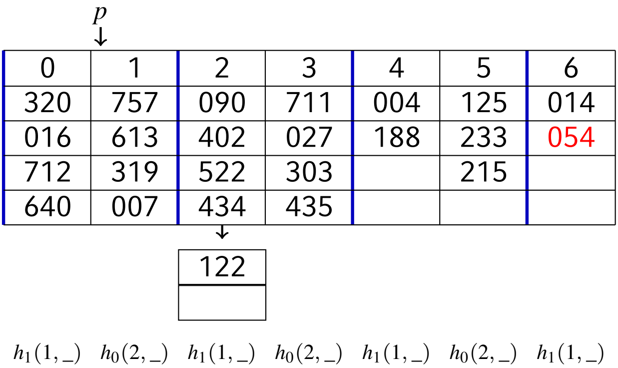
↓

122

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\text{\#Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{23}{30}$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Zweite partielle Expansion: $h_1(1,k) := k \mod 8$, $h_0(2,k) := k \mod 6$

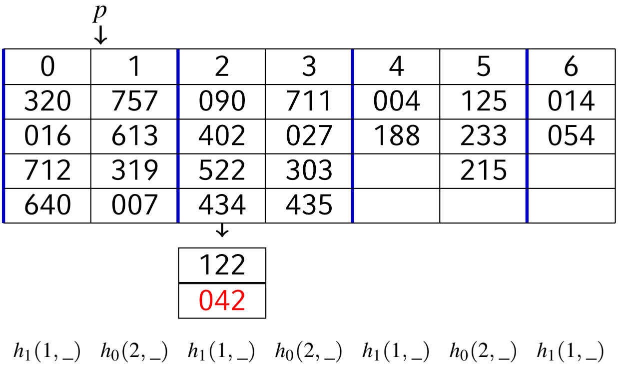


0	1	2	3	4	5	6
320	757	090	711	004	125	014
016	613	402	027	188	233	054
712	319	522	303		215	
640	007	434	435			
		122				
$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\#\text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{24}{30}$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Zweite partielle Expansion: $h_1(1,k) := k \mod 8$, $h_0(2,k) := k \mod 6$

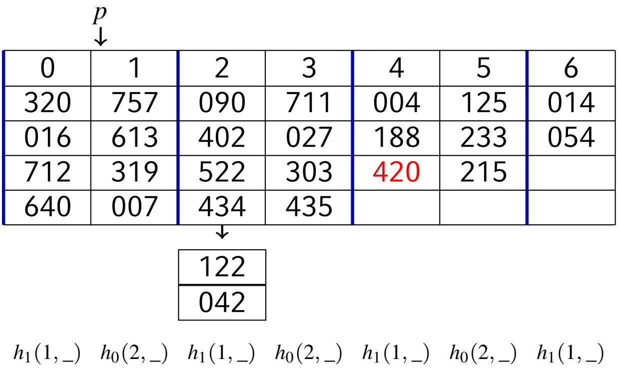


0	1	2	3	4	5	6
320	757	090	711	004	125	014
016	613	402	027	188	233	054
712	319	522	303		215	
640	007	434	435			
		122 042				
$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_0(2,\_)$	$h_1(1,\_)$

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\#\text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{25}{30}$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Zweite partielle Expansion: $h_1(1,k) := k \mod 8$, $h_0(2,k) := k \mod 6$



p ↓

0	1	2	3	4	5	6
320	757	090	711	004	125	014
016	613	402	027	188	233	054
712	319	522	303	420	215	
640	007	434	435			

↓

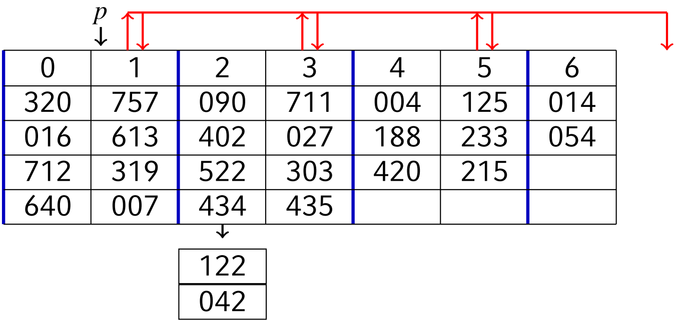
122
042

$h_1(1,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_1(1,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_1(1,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_1(1,\_)$

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\text{\#Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{26}{30} > 0.85$

Initiale Größe: $2N = 4$ ($N = 2$) Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Zweite partielle Expansion: $h_1(1,k) := k \mod 8$, $h_0(2,k) := k \mod 6$



0	1	2	3	4	5	6
320	757	090	711	004	125	014
016	613	402	027	188	233	054
712	319	522	303	420	215	
640	007	434	435			

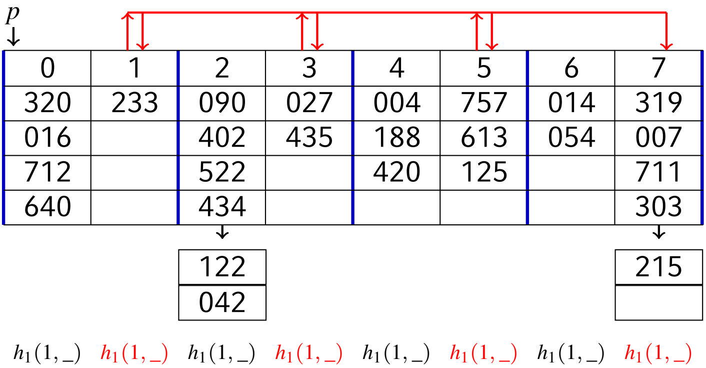
122
042

$h_1(1,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_1(1,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_1(1,\_)$ $h_0(2,\_)$ $h_1(1,\_)$

Speicherplatzausnutzung: $\frac{\#\text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz insgesamt}} = \frac{26}{30} > 0.85$

Initiale Größe: $2N = 4$ $(N = 2)$ Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Zweite partielle Expansion: $h_1(1,k) := k \mod 8$, $h_0(2,k) := k \mod 6$



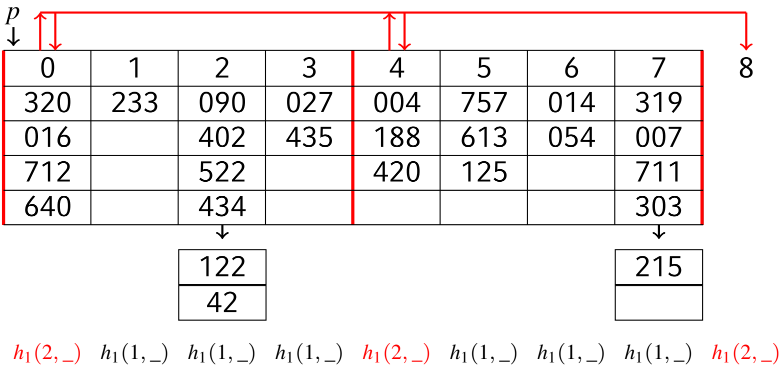
0	1	2	3	4	5	6	7
320	233	090	027	004	757	014	319
016		402	435	188	613	054	007
712		522		420	125		711
640		434					303

2	7
122	215
042	

Zweite partielle Expansion (1. Verdoppelung) vollständig! $L = 1$
Statt $h_0(2,k)$ *nächste* Hashfunktion: $h_1(2,k) = k \mod 12$

Initiale Größe: $2N = 4$ $(N = 2)$ Partielle Expansionen: $n_0 = 2$
Primärseiten: Kapazität $b = 4$ Überlaufseiten: Kapazität $c = 2$
Hashfunktionen: $h_L(1,k) := k \mod (2 \cdot 2^L N)$, $h_L(2,k) := k \mod (3 \cdot 2^L N)$

Erste partielle Expansion: $h_1(1,k) := k \mod 8$, $h_1(2,k) := k \mod 12$



0	1	2	3	4	5	6	7	8
320	233	090	027	004	757	014	319	
016		402	435	188	613	054	007	
712		522		420	125		711	
640		434					303	
		122					215	
		42						
$h_1(2,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_1(2,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_1(1,\_)$	$h_1(2,\_)$

Nächster Split, *sobald die Speicherauslastung erreicht wäre*!
Beachte: $x \mod 8 \in \{0,4\} \Leftrightarrow x \mod 12 \in \{0,4,8\}$!