

Bitte nicht Drucken!

Dies ist Daumenkino, für die Betrachtung am PC.
Es auszudrucken wäre Papierverschwendung.

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod (N \cdot 2^L)$

Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) = h_L(k) \quad \text{oder} \quad h_{L+1}(k) = h_L(k) + N \cdot 2^L$$

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod (N \cdot 2^L)$

Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) = h_L(k) \quad \text{oder} \quad h_{L+1}(k) = h_L(k) + N \cdot 2^L$$

Sei $M_L := N \cdot 2^L$ (Tabellengröße bei letzter Verdoppelung)

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod M_L$

Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) = h_L(k) \quad \text{oder} \quad h_{L+1}(k) = h_L(k) + M_L$$

Mit $M_L := N \cdot 2^L$ (Tabellengröße bei letzter Verdoppelung)

Gilt die Splitbedingung?

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod M_L$

Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) = h_L(k) \quad \text{oder} \quad h_{L+1}(k) = h_L(k) + M_L$$

Mit $M_L := N \cdot 2^L$ (Tabellengröße bei letzter Verdoppelung)

Modulo: Rest bei Division: $a = h_L(k) = k \bmod M$

Liefert eine Zerlegung von k in: $k = b \cdot M + a$

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod M_L$

Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) = h_L(k) \quad \text{oder} \quad h_{L+1}(k) = h_L(k) + M_L$$

Mit $M_L := N \cdot 2^L$ (Tabellengröße bei letzter Verdoppelung)

Modulo: Rest bei Division: $a = h_L(k) = k \bmod M$

Liefert eine Zerlegung von k in: $k = b \cdot M + a$

$$h_{L+1}(k) = k \bmod 2M$$

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod M_L$

Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) = h_L(k) \quad \text{oder} \quad h_{L+1}(k) = h_L(k) + M_L$$

Mit $M_L := N \cdot 2^L$ (Tabellengröße bei letzter Verdoppelung)

Modulo: Rest bei Division: $a = h_L(k) = k \bmod M$

Liefert eine Zerlegung von k in: $k = b \cdot M + a$

$$h_{L+1}(k) = (b \cdot M + a) \bmod 2M$$

mit:

$$bM \bmod 2M = (b \bmod 2) \cdot M$$

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod M_L$

Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) = h_L(k) \quad \text{oder} \quad h_{L+1}(k) = h_L(k) + M_L$$

Mit $M_L := N \cdot 2^L$ (Tabellengröße bei letzter Verdoppelung)

Modulo: Rest bei Division: $a = h_L(k) = k \bmod M$

Liefert eine Zerlegung von k in: $k = b \cdot M + a$

$$h_{L+1}(k) = (b \cdot M + a) \bmod 2M$$

mit:

$$bM \bmod 2M = (b \bmod 2) \cdot M \in \{0, M\}$$

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod M_L$

Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) = h_L(k) \quad \text{oder} \quad h_{L+1}(k) = h_L(k) + M_L$$

Mit $M_L := N \cdot 2^L$ (Tabellengröße bei letzter Verdoppelung)

Modulo: Rest bei Division: $a = h_L(k) = k \bmod M$

Liefert eine Zerlegung von k in: $k = b \cdot M + a$

$$h_{L+1}(k) = (b \cdot M + a) \bmod 2M$$

mit:

$$bM \bmod 2M = (b \bmod 2) \cdot M \in \{0, M\}$$

$$a \bmod 2M = a \quad (\text{da } a \in \{0, \dots, M-1\})$$

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod M_L$

Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) = h_L(k) \quad \text{oder} \quad h_{L+1}(k) = h_L(k) + M_L$$

Mit $M_L := N \cdot 2^L$ (Tabellengröße bei letzter Verdoppelung)

Modulo: Rest bei Division: $a = h_L(k) = k \bmod M$

Liefert eine Zerlegung von k in: $k = b \cdot M + a$

$$h_{L+1}(k) = \left(\underbrace{b \cdot M}_{=0 \text{ oder } M} + \underbrace{a}_{<M} \right) \bmod 2M$$

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod M_L$

Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) = h_L(k) \quad \text{oder} \quad h_{L+1}(k) = h_L(k) + M_L$$

Mit $M_L := N \cdot 2^L$ (Tabellengröße bei letzter Verdoppelung)

Modulo: Rest bei Division: $a = h_L(k) = k \bmod M$

Liefert eine Zerlegung von k in: $k = b \cdot M + a$

$$h_{L+1}(k) = \underbrace{\left(\underbrace{b \cdot M}_{=0 \text{ oder } M} + \underbrace{a}_{<M} \right)}_{\geq 0 \text{ und } < 2M} \bmod 2M$$

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod M_L$

Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) = h_L(k) \quad \text{oder} \quad h_{L+1}(k) = h_L(k) + M_L$$

Mit $M_L := N \cdot 2^L$ (Tabellengröße bei letzter Verdoppelung)

Modulo: Rest bei Division: $a = h_L(k) = k \bmod M$

Liefert eine Zerlegung von k in: $k = b \cdot M + a$

$$h_{L+1}(k) = (b \bmod 2) \cdot M + a$$

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod M_L$

Splitbedingung:

$$h_{L+1}(k) = h_L(k) \quad \text{oder} \quad h_{L+1}(k) = h_L(k) + M_L$$

Mit $M_L := N \cdot 2^L$ (Tabellengröße bei letzter Verdoppelung)

Modulo: Rest bei Division: $a = h_L(k) = k \bmod M$

Liefert eine Zerlegung von k in: $k = b \cdot M + a$

$$h_{L+1}(k) = (b \bmod 2) \cdot M + a$$

Also ist $h_{L+1}(k) = h_L(k)$ (für b gerade) oder $h_{L+1}(k) = h_L(k) + M$

Die Splitbedingung ist erfüllt!

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod M_L$
Ersetze k durch $k = \mathcal{H}(x)$.

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod M_L$

Ersetze k durch $k = \mathcal{H}(x)$.

Macht keinen Unterschied – Splitbedingung gilt immernoch!

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod M_L$

Ersetze k durch $k = \mathcal{H}(x)$.

Macht keinen Unterschied – Splitbedingung gilt immernoch!

Aber: $\mathcal{H}$ kann eine komplexe Funktion sein,
um eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Daten zu erreichen!

Beispiel Hashfunktion: $h_L(k) = k \bmod M_L$

Ersetze k durch $k = \mathcal{H}(x)$.

Macht keinen Unterschied – Splitbedingung gilt immernoch!

Aber: $\mathcal{H}$ kann eine komplexe Funktion sein,
um eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Daten zu erreichen!

Beispiel:

$$\mathcal{H}(x) := (p_1 \cdot x + p_2) \bmod 2^{32}$$

mit zwei großen Primzahlen p_1 und p_2 .

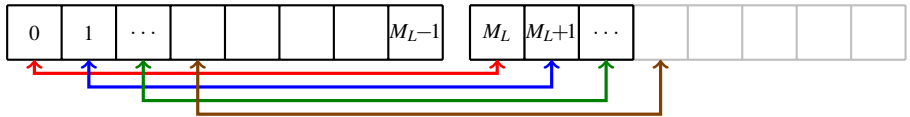
Oder: $\mathcal{H} \in \text{FNV-1, FNV-1a, MurmurHash, Jenkins hash function, ...}$

Seiten sind immer paarweise organisiert!

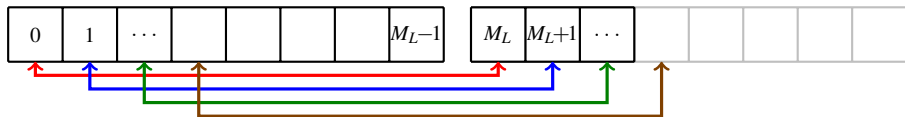
0	1	...					M_L-1
---	---	-----	--	--	--	--	---------

M_L	M_L+1	...					
-------	---------	-----	--	--	--	--	--

Seiten sind immer paarweise organisiert!

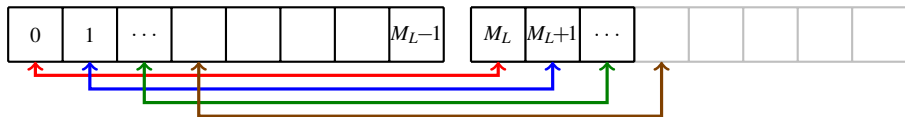


Seiten sind immer paarweise organisiert!



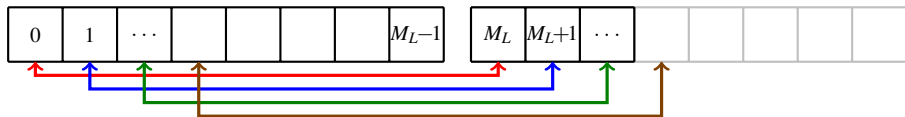
Seite 0 wird gesplittet nach M_L .

Seiten sind immer paarweise organisiert!



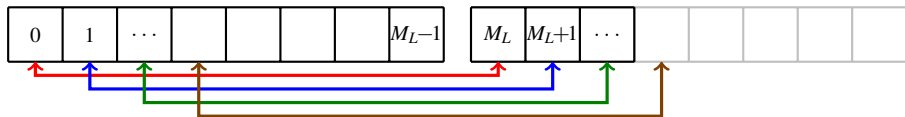
Seite 1 wird gesplittet nach $M_L + 1$.

Seiten sind immer paarweise organisiert!



Seite 2 wird gesplittet nach $M_L + 2$.

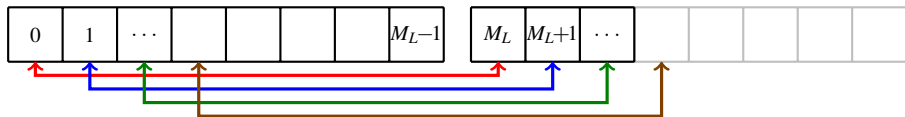
Seiten sind immer paarweise organisiert!



Seite p wird gesplittet nach $p + M_L$.

(c)

Seiten sind immer paarweise organisiert!

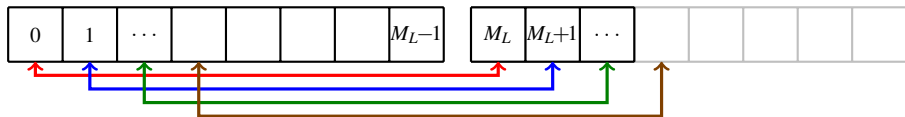


Seite p wird gesplittet nach $p + M_L$. (c)

Der Abstand ist *immer* M_L .

Genau das sagt die Splitbedingung: aus p wird $\{p, p + M_L\}$ (d)

Seiten sind immer paarweise organisiert!



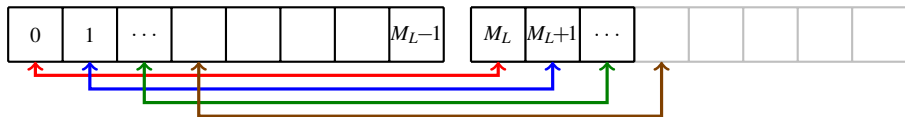
Seite p wird gesplittet nach $p + M_L$. (c)

Der Abstand ist *immer* M_L .

Genau das sagt die Splitbedingung: aus p wird $\{p, p + M_L\}$ (d)

Expansionszeiger $p = \text{nächste}$ zu splittende Seite.

Seiten sind immer paarweise organisiert!



Seite p wird gesplittet nach $p + M_L$. (c)

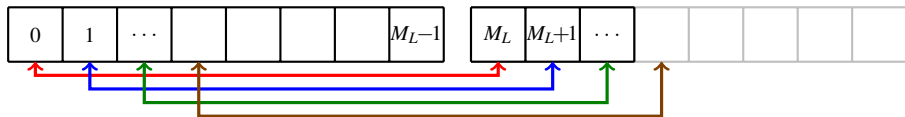
Der Abstand ist *immer* M_L .

Genau das sagt die Splitbedingung: aus p wird $\{p, p + M_L\}$ (d)

Expansionszeiger $p = \text{nächste}$ zu splittende Seite.

Daraus folgt: Seiten $< p$ sind gesplittet, $p, \dots, M_L$ nicht! (e)

Seiten sind immer paarweise organisiert!



Seite p wird gesplittet nach $p + M_L$. (c)

Der Abstand ist *immer* M_L .

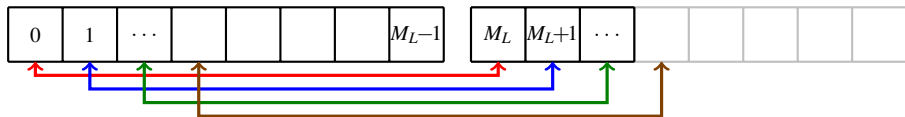
Genau das sagt die Splitbedingung: aus p wird $\{p, p + M_L\}$ (d)

Expansionszeiger $p = \text{nächste}$ zu splittende Seite.

Daraus folgt: Seiten $< p$ sind gesplittet, $p, \dots, M_L$ nicht! (e)

Wenn wir $M_L - 1$ gesplittet haben, haben wir *jede* Seite ein mal gesplittet. Daher wieder von vorne anfangen, $p = 0$! (f)

Seiten sind immer paarweise organisiert!



Seite p wird gesplittet nach $p + M_L$. (c)

Der Abstand ist *immer* M_L .

Genau das sagt die Splitbedingung: aus p wird $\{p, p + M_L\}$ (d)

Expansionszeiger $p = \text{nächste}$ zu splittende Seite.

Daraus folgt: Seiten $< p$ sind gesplittet, $p, \dots, M_L$ nicht! (e)

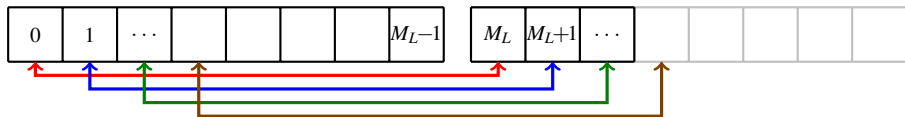
Wenn wir $M_L - 1$ gesplittet haben, haben wir *jede* Seite ein mal gesplittet. Daher wieder von vorne anfangen, $p = 0$! (f)

Vorsicht: wenn wir blind immer p weiterschieben, wird die erste Seite nie wieder gesplittet $\Rightarrow$ läuft über + behält alte Hashfunktion!

Eleganter (aber so nicht in der Literatur):

Welche Seite wollen wir *erzeugen* (und aus welcher Seite)

Seiten sind immer paarweise organisiert!



Seite p wird gesplittet nach $p + M_L$. (c)

Der Abstand ist *immer* M_L .

Genau das sagt die Splitbedingung: aus p wird $\{p, p + M_L\}$ (d)

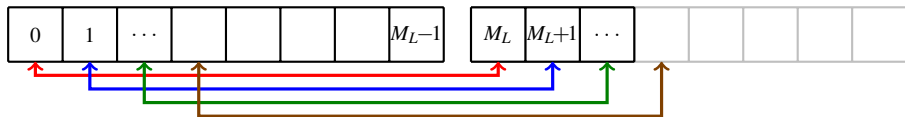
Expansionszeiger $p = \text{nächste}$ zu splittende Seite.

Daraus folgt: Seiten $< p$ sind gesplittet, $p, \dots, M_L$ nicht! (e)

Wenn wir $M_L - 1$ gesplittet haben, haben wir *jede* Seite ein mal gesplittet. Daher wieder von vorne anfangen, $p = 0$! (f)

In Seite $N \cdot 2^{L+1} - 2 = 2M - 1$ wird *nur* geschrieben, wenn die Seite $p = M - 1$ bereits gesplittet wurde. Dabei wurde aber genau diese Seite angelegt! (g)

Seiten sind immer paarweise organisiert!



Seite p wird gesplittet nach $p + M_L$. (c)

Der Abstand ist *immer* M_L .

Genau das sagt die Splitbedingung: aus p wird $\{p, p + M_L\}$ (d)

Expansionszeiger $p = \text{nächste}$ zu splittende Seite.

Daraus folgt: Seiten $< p$ sind gesplittet, $p, \dots, M_L$ nicht! (e)

Wenn wir $M_L - 1$ gesplittet haben, haben wir *jede* Seite ein mal gesplittet. Daher wieder von vorne anfangen, $p = 0$! (f)

Falls jemals ein Schlüssel in eine andere Seite als p oder $p + M_L$ verschoben wird, wurde eine Hashfunktion *falsch* berechnet! (h)
(Ggf. war der Fehler aber in einem vorherigen Schritt – korrigieren!)

Hashfunktionen – Beispiel mit $N = 2$.

$$h_L(k) = k \bmod (N \cdot 2^L)$$

Hashfunktionen – Beispiel mit $N = 2$.

$$h_L(k) = k \bmod (N \cdot 2^L)$$

$$L = 0 \qquad h_0(k) = k \bmod (N \cdot 2^0) = k \bmod 2$$

Hashfunktionen – Beispiel mit $N = 2$.

$$h_L(k) = k \bmod (N \cdot 2^L)$$

$$L = 0 \qquad h_0(k) = k \bmod (N \cdot 2^0) = k \bmod 2$$

$$L = 1 \qquad h_1(k) = k \bmod (N \cdot 2^1) = k \bmod 4$$

Hashfunktionen – Beispiel mit $N = 2$.

$$h_L(k) = k \bmod (N \cdot 2^L)$$

$L = 0$	$h_0(k) = k \bmod (N \cdot 2^0) = k \bmod 2$
$L = 1$	$h_1(k) = k \bmod (N \cdot 2^1) = k \bmod 4$
$L = 2$	$h_2(k) = k \bmod (N \cdot 2^2) = k \bmod 8$
$L = 3$	$h_3(k) = k \bmod (N \cdot 2^3) = k \bmod 16$
$L = 4$	$h_4(k) = k \bmod (N \cdot 2^4) = k \bmod 32$

Meistens: N eine Zweierpotenz.

Im Dezimalsystem einfacher: $N = 5$, $N = 10$ (Vorlesung!)

Tabellenparameter: Hashfunktion: $h_L(k) := k \bmod (2 \cdot 2^L)$

Anfangsgröße: 2, Seitengröße: 2, Overflowseitegröße: 1

Belegungsfaktor maximal: 0.800000

Einzufügen: 7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

Tabellenparameter: Hashfunktion: $h_L(k) := k \bmod (2 \cdot 2^L)$

Anfangsgröße: 2, Seitengröße: 2, Overflowseitegröße: 1

Belegungsfaktor maximal: 0.800000

Einzufügen: 7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

Hashfunktionen:

$$h_0(k) := k \bmod (2 \cdot 2^0) = k \bmod 2$$

$$h_1(k) := k \bmod (2 \cdot 2^1) = k \bmod 4$$

$$h_2(k) := k \bmod (2 \cdot 2^2) = k \bmod 8$$

$$h_3(k) := k \bmod (2 \cdot 2^3) = k \bmod 16$$

Bereichsbedingung und Splitbedingung erfüllt!

Initiale Tabelle.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = 0 \leq 0.80$

p
↓

—	—
—	—

h_0 h_0

Einzufügen: 7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

Initiale Tabelle.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = 0 \leq 0.80$

p
↓

—	—
—	—

$h_0 \quad h_0$

Einzufügen: 7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

$$h_0(7) = 7 \bmod 2 = 1 \geq p$$

Nach Einfügen von Schlüssel 7.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{1}{4} = 0.25 \leq 0.80$

p
↓

—	7
—	—

h_0 h_0

Einzufügen: 7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

Nach Einfügen von Schlüssel 7.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{1}{4} = 0.25 \leq 0.80$

p
↓

—	7
—	—

$h_0 \quad h_0$

Einzufügen: 7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

$$h_0(5) = 5 \bmod 2 = 1 \geq p$$

Nach Einfügen von Schlüssel 5.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{2}{4} = 0.50 \leq 0.80$

p
↓

–	7
–	5

h_0 h_0

Einzufügen: ~~7, 5~~, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

Nach Einfügen von Schlüssel 5.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{2}{4} = 0.50 \leq 0.80$

p
↓

–	7
–	5

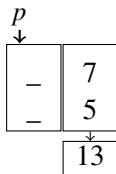
h_0 h_0

Einzufügen: ~~7, 5~~, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

$$h_0(13) = 13 \bmod 2 = 1 \geq p$$

Nach Einfügen von Schlüssel 13.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{3}{4} = 0.75 \leq 0.80$

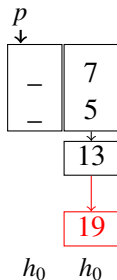


h_0 h_0

Einzufügen: ~~7, 5, 13~~, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

Nach Einfügen von Schlüssel 13.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{4}{4} = 1.00 > 0.80$



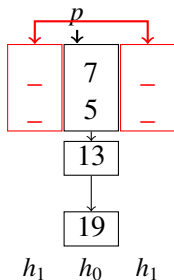
Einzufügen: ~~7, 5, 13~~, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

$h_0(19) = 19 \bmod 2 = 1 \geq p$

Einfügen von 19: BF steigt auf $1.00 > 0.80$: Expandieren!

Nach Einfügen von Schlüssel 19 + Expansion.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{4}{6} = 0.67 \leq 0.80$

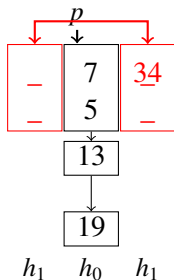


Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19~~, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

Pech bei der Expansion: leerer Bucket wird gesplittet!

Nach Einfügen von Schlüssel 19 + Expansion.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{5}{6} = 0.83 > 0.80$



Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19~~, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

Pech bei der Expansion: leerer Bucket wird gesplittet!

$h_0(34) = 34 \bmod 2 = 0 < p$, $h_1(34) = 34 \bmod 4 = 2$

Belegungsfaktor: $\frac{\text{\#Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{5}{8} = 0.625 \leq 0.80$

Belegungsfaktor: $\frac{\text{\#Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{5}{8} = 0.625 \leq 0.80$

—	5	34	7
—	13	—	19

$$h_1 \quad h_1 \quad h_1 \quad h_1$$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34~~, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

Tabelle hat sich verdoppelt! Level jetzt $L = 1$.

Nach Einfügen von Schlüssel 34 + Expansion.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{5}{8} = 0.625 \leq 0.80$

p
↓

–	5	34	7
–	13	–	19

h_1 h_1 h_1 h_1

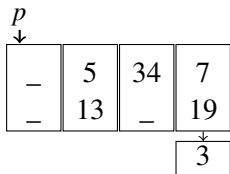
Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34,~~ 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

Tabelle hat sich verdoppelt! Level jetzt $L = 1$.

$$h_1(3) = 3 \bmod 4 = 3 \geq p$$

Nach Einfügen von Schlüssel 3.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{6}{8} = 0.75 \leq 0.80$


$$h_1 \quad h_1 \quad h_1 \quad h_1$$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3~~, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

Nach Einfügen von Schlüssel 3.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{7}{8} = 0.88 > 0.80$

p
↓

—	5	34	7
—	13	<u>30</u>	19

↓

3

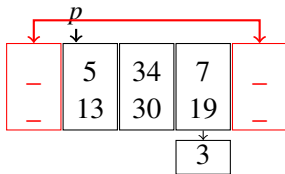
$h_1 \quad h_1 \quad h_1 \quad h_1$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3,~~ 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

$$h_1(30) = 30 \bmod 4 = 2 \geq p$$

Nach Einfügen von Schlüssel 30 + Expansion.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{7}{10} = 0.70 \leq 0.80$

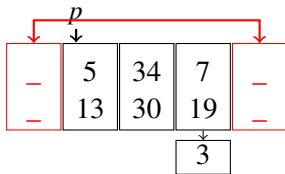


$h_2 \quad h_1 \quad h_1 \quad h_1 \quad h_2$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30~~, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

Nach Einfügen von Schlüssel 30 + Expansion.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{7}{10} = 0.70 \leq 0.80$



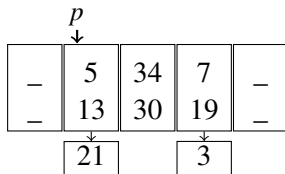
$h_2 \quad h_1 \quad h_1 \quad h_1 \quad h_2$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30~~, **21**, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

$$h_1(21) = 21 \bmod 4 = 1 \geq p$$

Nach Einfügen von Schlüssel 21.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{8}{10} = 0.80 \leq 0.80$



$h_2 \quad h_1 \quad h_1 \quad h_1 \quad h_2$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21~~, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

Nach Einfügen von Schlüssel 21.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{9}{10} = 0.90 > 0.80$

p ↓				
—	5	34	7	—
—	13	30	19	—
↓ ↓ ↓				
21	2	3		

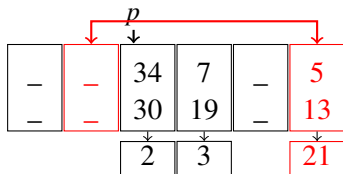
$h_2 \quad h_1 \quad h_1 \quad h_1 \quad h_2$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21,~~ 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10

$$h_1(2) = 2 \bmod 4 = 2 \geq p$$

Nach Einfügen von Schlüssel 2 + Expansion.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{9}{12} = 0.75 \leq 0.80$



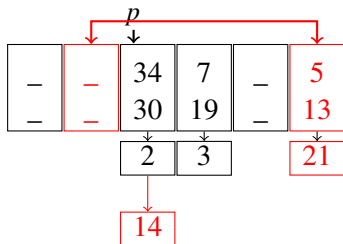
$h_2 \quad h_2 \quad h_1 \quad h_1 \quad h_2 \quad h_2$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2~~, 14, 15, 22, 27, 29, 10

Es kann passieren, dass *alle* umgespeichert werden.

Nach Einfügen von Schlüssel 2 + Expansion.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{10}{12} = 0.83 > 0.80$



$h_2 \quad h_2 \quad h_1 \quad h_1 \quad h_2 \quad h_2$

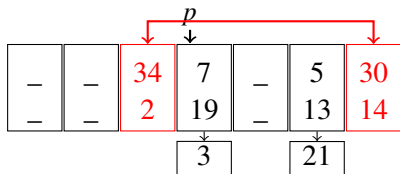
Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2,~~ **14**, 15, 22, 27, 29, 10

Es kann passieren, dass *alle* umgespeichert werden.

$$h_1(14) = 14 \bmod 4 = 2 \geq p$$

Nach Einfügen von Schlüssel 14 + Expansion.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{10}{14} = 0.71 \leq 0.80$

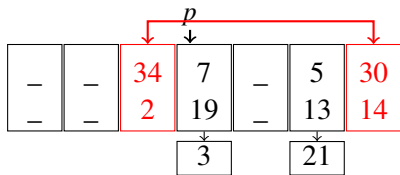


$h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_1 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14~~, 15, 22, 27, 29, 10

Nach Einfügen von Schlüssel 14 + Expansion.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{10}{14} = 0.71 \leq 0.80$



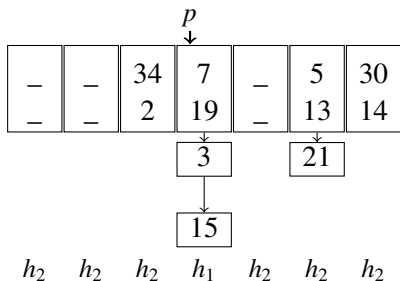
$h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_1 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14,~~ 15, 22, 27, 29, 10

$h_1(15) = 15 \bmod 4 = 3 \geq p$

Nach Einfügen von Schlüssel 15.

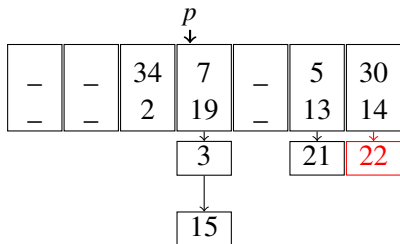
Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{11}{14} = 0.79 \leq 0.80$



Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10~~

Nach Einfügen von Schlüssel 15.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{12}{14} = 0.86 > 0.80$



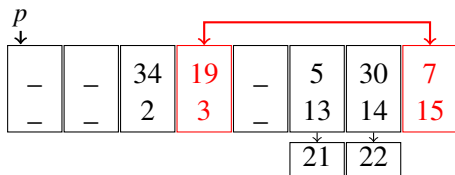
h_2 h_2 h_2 h_1 h_2 h_2 h_2

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15,~~ **22**, 27, 29, 10

$h_1(22) = 22 \bmod 4 = 2 < p$, $h_2(22) = 22 \bmod 8 = 6$

Nach Einfügen von Schlüssel 22 + Expansion.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{12}{16} = 0.75 \leq 0.80$



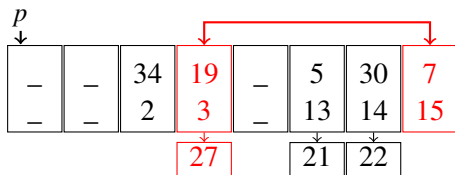
$h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10~~

Tabelle hat sich verdoppelt! Level jetzt $L = 2$.

Nach Einfügen von Schlüssel 22 + Expansion.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{13}{16} = 0.81 > 0.80$



$h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2$

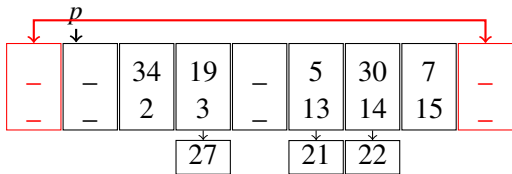
Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22,~~ 27, 29, 10

Tabelle hat sich verdoppelt! Level jetzt $L = 2$.

$h_2(27) = 27 \bmod 8 = 3 \geq p$

Nach Einfügen von Schlüssel 27.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{13}{18} = 0.72 < 0.80$

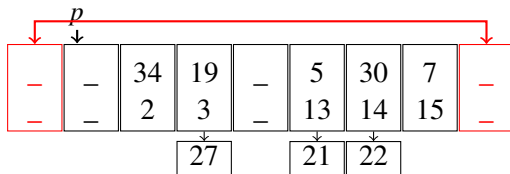


$h_3 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_3$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10~~

Nach Einfügen von Schlüssel 27.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{13}{18} = 0.72 < 0.80$



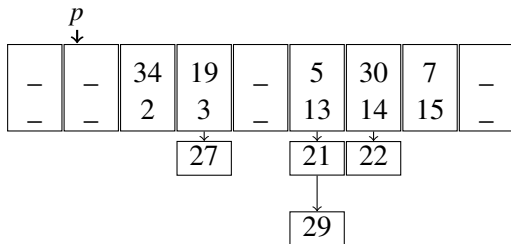
$h_3 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_3$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10~~

$h_2(29) = 29 \bmod 8 = 5 \geq p$

Nach Einfügen von Schlüssel 29.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{14}{18} = 0.78 < 0.80$

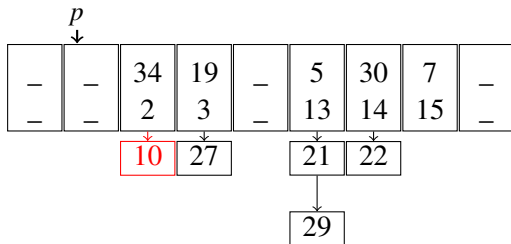


$h_3 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_3$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10~~

Nach Einfügen von Schlüssel 29.

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{15}{18} = 0.83 > 0.80$



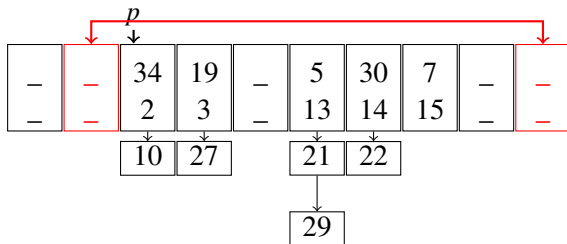
$h_3 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_3$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29,~~ 10

$$h_2(10) = 2 \bmod 8 = 2 \geq p$$

Nach Einfügen von Schlüssel 10 + Expansion:

Belegungsfaktor: $\frac{\# \text{Einträge insgesamt}}{\text{Platz in Primärseiten}} = \frac{15}{20} = 0.75 < 0.80$



$h_3 \quad h_3 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_2 \quad h_3 \quad h_3$

Einzufügen: ~~7, 5, 13, 19, 34, 3, 30, 21, 2, 14, 15, 22, 27, 29, 10~~