

Algorithmen und Datenstrukturen
 SS 2015

Übungsblatt 8: B-Bäume und B*-Bäume

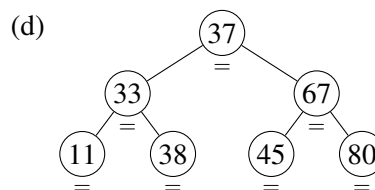
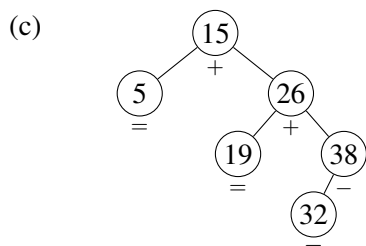
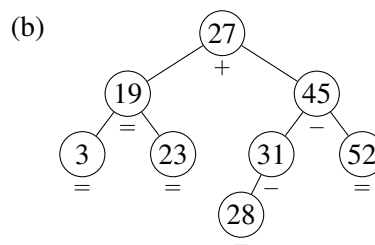
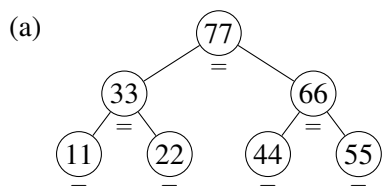
Besprechung: 22.6.–26.6.

Abgabe aller mit **Punkten** versehenen Aufgaben bis 21.6.2015 17:35

Aufgabe 8-1 AVL-Bäume I

Tutorenaufgabe

Gegeben seien die folgenden drei binären Bäume. Entscheiden Sie welcher der Bäume ein AVL-Baum ist und welcher nicht. Begründen Sie Ihre Aussagen.



Aufgabe 8-2 Einfügen in AVL-Bäumen

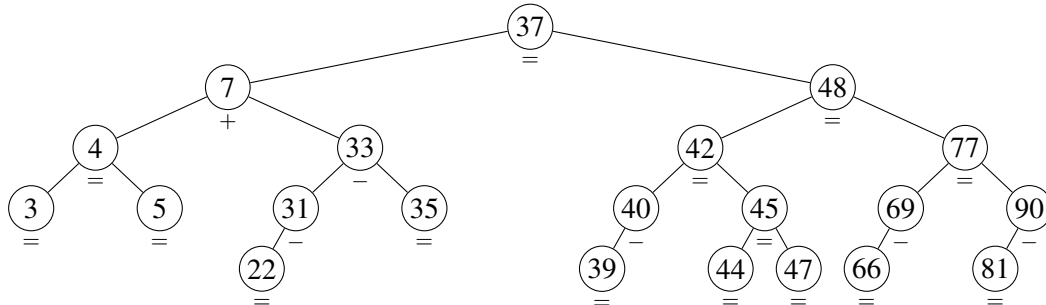
Tutorenaufgabe

Fügen Sie in einen anfangs leeren AVL-Baum nacheinander die Monatsnamen **entsprechend ihrer Reihenfolge im Jahresverlauf** ein. Gehen Sie beim Vergleich der Schlüssel von einer **lexikographischen Ordnung** aus. Falls es beim Einfügen zu Rebalancierungen kommt, zeichnen Sie bitte den AVL-Baum davor und danach und sagen Sie, ob es sich um eine einfache oder doppelte Rotation handelt. Zeichnen Sie auch den endgültigen AVL-Baum. (Zu verwendende Monatskürzel: **Jan, Feb, Mar, Apr, Mai, Jun, Jul, Aug, Sep, Okt, Nov, Dez**)

Aufgabe 8-3 Entfernen aus AVL-Bäumen

6 Punkte

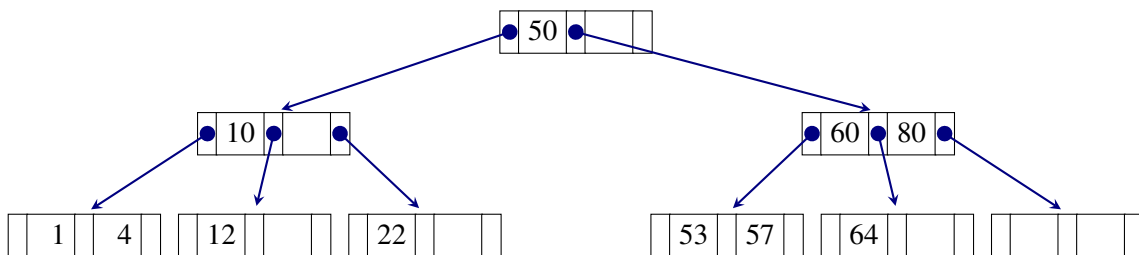
Entfernen Sie aus folgendem AVL-Baum nacheinander die Schlüssel 35, 69, 5, 4, 66, 3, 33. Zeichnen Sie den Baum, wie er jeweils nach dem Entfernen aussieht. Unveränderte Teilbäume dürfen sie als Dreieck abkürzen. Vergessen Sie nicht, die AVL-Labels (+, -, =) entsprechend den Regeln aus der Vorlesung zu aktualisieren. Geben Sie bei jedem Schritt die verwendeten Rotationen an!



Aufgabe 8-4 B-Bäume

Tutoraufgabe

Gegeben sei der folgende Suchbaum:



- (a) Diskutieren Sie, ob es sich bei dem gegebenen Baum um einen korrekten B-Baum der Ordnung $m = 1$ handelt (Begründung!). Ergänzen Sie den obigen Baum (mit möglichst wenig Schlüsseln) gegebenenfalls so, dass ein korrekter B-Baum entsteht.
- (b) Könnte es sich auch um einen B*-Baum handeln? Begründen Sie ihre Antwort!
- (c) Fügen Sie in den gegebenenfalls erweiterten Baum in der gegebenen Reihenfolge die Schlüssel 65 und 66 ein und führen Sie eventuell notwendige Reorganisationsschritte durch. Skizzieren Sie dabei die wichtigen Zwischenzustände (es genügt, nur immer die relevanten Teilbäume zu zeichnen).
- (d) Löschen Sie nun den Schlüssel 20 und führen Sie eventuell notwendige Reorganisationsschritte durch. Skizzieren Sie dabei die wichtigen Zwischenzustände (es genügt, nur immer die relevanten Teilbäume zu zeichnen).

Aufgabe 8-5 B-Bäume und B*-Bäume

Tutoraufgabe

Vergleichen Sie B- und B*-Bäume bezüglich:

- (a) Der Ordnung m .
- (b) Der minimalen- und maximalen Füllung einer (normalen) Seite.
- (c) Der Größe der Wurzel.
- (d) Der Überlaufbehandlung beim Einfügen.
- (e) Der Überlaufbehandlung beim Löschen.

Warum verwendet der B-Baum nur den rechten Bruder (falls vorhanden)?

Warum verwendet der B*-Baum zwei Brüder?

Aufgabe 8-6 Einfügen und Entfernen in B-Bäumen

10 Punkte

Führen Sie die Algorithmen entsprechend dem Skript durch.

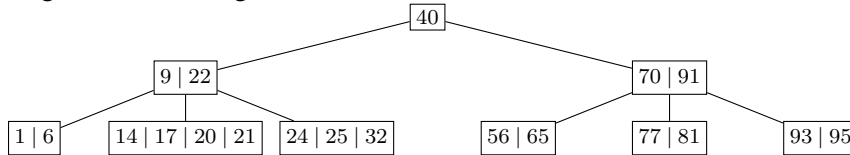
(Hinweis: die Wikipedia-Beschreibung der Algorithmen ist hier nicht geeignet ...).

- (a) Konstruieren Sie einen (zu Beginn leeren) B-Baum der Ordnung 2 durch Einfügen der folgenden Schlüssel in der angegebenen Reihenfolge:

6, 40, 93, 22, 1, 17, 91, 81, 95, 21, 70, 32, 9, 77, 65, 56, 25, 24, 14 und 20.

Zeichnen Sie den jeweils resultierenden Baum nach jeder abgeschlossenen Overflow-Behandlung.

- (b) Gegeben sei der folgende B-Baum:



Löschen Sie aus diesem B-Baum die folgenden Schlüssel in der angegebenen Reihenfolge:

40, 77, 70, 24, 81, 95, 17, 14, 25, 65, 9, 22, 20, 1, 56, 93, 32, 21 und 91.

Zeichnen Sie den jeweils resultierenden Baum nach jeder abgeschlossenen Underflow-Behandlung.

Hinweis: “Der Bruder” im Skript bezeichnet den direkten *rechten* Bruder, falls vorhanden, andernfalls den linken direkten Bruder. (Überlegen Sie sich, wann es keinen Bruder gibt, und warum es reicht genau einen Bruder zu testen um den Underflow korrigieren zu können. Aus Effizienzgründen werden nur die minimal notwendigen Knoten betrachtet!)