

Algorithmen und Datenstrukturen
SS 2014

Übungsblatt 5: B-Bäume, Optimale Suchbäume

Besprechung: 22.5.–27.5.

Abgabe aller mit **Punkten** versehenen Aufgaben bis 21.5.

Aufgabe 5-1 Eigenschaften allgemeiner Bäume

Wir betrachten einen Baum vom Grad $d \geq 2$.

- (a) Wie groß ist die maximale Anzahl von Knoten auf Level i eines Baumes vom Grad d ?
- (b) Wie groß ist die maximale Anzahl von Knoten in einem Baum der Höhe h vom Grad d ?
- (c) Wie groß ist die maximale Höhe eines Baumes vom Grad d mit n Knoten?
- (d) Wie groß ist die minimale Höhe eines Baumes vom Grad d mit n Knoten?

Begründen Sie Ihre Aussagen.

Aufgabe 5-2 Einfügen und Entfernen in B-Bäumen

10 Punkte

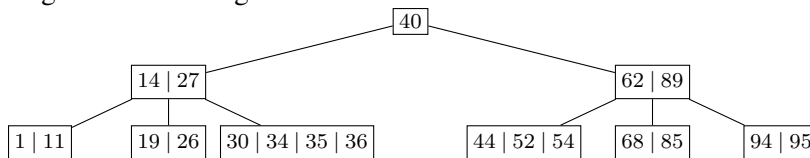
Führen Sie die Algorithmen entsprechend dem Skript durch

(Hinweis: die Wikipedia-Beschreibung der Algorithmen ist nicht optimal ...).

- (a) Konstruieren Sie einen (zu Beginn leeren) B-Baum der Ordnung 2 durch Einfügen der folgenden Schlüssel in der angegebenen Reihenfolge:
1, 54, 35, 27, 26, 36, 19, 14, 95, 40, 52, 62, 94, 44, 85, 34, 68, 30, 11 und 89.

Zeichnen Sie den jeweils resultierenden Baum nach jeder abgeschlossenen Overflow-Behandlung.

- (b) Gegeben sei der folgende B-Baum:



Löschen Sie aus diesem B-Baum die folgenden Schlüssel in der angegebenen Reihenfolge:

52, 14, 40, 95, 36, 68, 11, 1, 35, 44, 19, 62, 85, 30, 27, 34, 94, 89 und 54.

Zeichnen Sie den jeweils resultierenden Baum nach jeder abgeschlossenen Underflow-Behandlung.

Hinweis: “Der Bruder” im Skript bezeichnet den direkten rechten Bruder, falls vorhanden, andernfalls den linken direkten Bruder. (Überlegen Sie sich, wann es keinen Bruder gibt, und warum es reicht genau einen Bruder zu testen um den Underflow korrigieren zu können.)

Aufgabe 5-3 Optimale binäre Suchbäume ohne Fehltreffer

6 Punkte

Gegeben seien die Schlüssel $k_i = A, B, C, D$ mit ihren Suchhäufigkeiten $p_i = 5, 2, 6, 4$ ($i = 1, \dots, 4$). Weiterhin seien die Häufigkeiten $q_j = 0, 0, 0, 0, 0$ ($j = 0, \dots, 4$) für erfolglose Suchoperationen gegeben.

Konstruieren Sie einen optimalen binären Suchbaum nach dem in der Vorlesung besprochenen Verfahren und geben Sie dabei alle notwendigen Zwischenschritte an.

Aufgabe 5-4 Optimale binäre Suchbäume mit Fehltreffern

6 Punkte

Gegeben seien die Schlüssel $k_i = A, B, C$ mit ihren Suchhäufigkeiten $p_i = 8, 7, 2$ ($i = 1, \dots, 3$). Weiterhin seien die Häufigkeiten $q_j = 6, 3, 4, 2$ ($j = 0, \dots, 3$) für erfolglose Suchoperationen gegeben.

Konstruieren Sie einen optimalen binären Suchbaum nach dem in der Vorlesung besprochenen Verfahren und geben Sie dabei alle notwendigen Zwischenschritte an.