Semantik von Ausdrücken (informell)

- Um die *Bedeutung* (*Semantik*) eines Ausdrucks festzulegen, müssen die Funktionen, die von den Operatoren bezeichnet werden (einschl. die Literale), definiert (d.h. interpretierbar) sein.
- Auch müssen alle Variablen ersetzt werden können durch den von ihnen bezeichneten Ausdruck (Variablen sind Platzhalter für Ausdrücke), der selbst eine Bedeutung hat.
- Dann können alle im Ausdruck vorkommenden Operationen ausgeführt werden.
- Schließlich kann man für einen Ausdruck einen Wert einsetzen (bzw. man erhält als Ergebnis ein Literal, das entsprechend interpretiert wird).

Semantik von Ausdrücken (informell)

- Beispiel: Um die Bedeutung des Ausdrucks 2 + 5 zu definieren, müssen die Operationen 2, + und 5 definiert sein
- Wir können z.B. definieren:
  - der Operator 2 steht für die natürliche Zahl *zwei*
  - der Operator 5 steht für die natürliche Zahl *fünf*
  - der Operator + steht für die *arithmetische Addition*
- Dadurch erhalten wir durch Anwendung der vereinbarten Funktionen als Wert (Bedeutung) des Ausdrucks die Zahl *sieben*
- Die Bedeutung eines Ausdrucks heißt *Interpretation*; wir interpretieren z.B. den Ausdruck 2 + 5 unter oben stehenden Vereinbarungen mit dem Wert *sieben*

Semantik von Ausdrücken (informell)

- Um Variablen durch die von ihnen bezeichneten Ausdrücke zu ersetzen, muss wiederum die Bedeutung einer Variablen vereinbart werden.
- Aus einer Liste von vereinbarten Bedeutungen von Variablen kann man dann die Ersetzung (*Substitution*) der Variablen in einem Ausdruck vornehmen.
- Als einfache Substitution kann man ein Paar aus einer Variablen *v* und einem Ausdruck *a* ansehen: *v* wird durch *a* *substituiert*, d.h. *ersetzt*.
- Wir fordern dabei, dass *v* und *a* zur selben Sorte gehören müssen [5].

[5] Festzustellen, ob zwei Ausdrücke zur selben Sorte gehören, ist i.Ü. nicht trivial und wird unter dem Thema *Unifikation* studiert (nicht in dieser VL).

Definition (Substitution (Semantik))

Eine Substitution $\sigma = [v/t]$ für eine Variable $v \in V$ und einen Ausdruck $t \in \mathcal{T}$ angewendet auf einen Ausdruck $u \in \mathcal{T}$ ist eine Abbildung

$$\sigma : V_{S_i} \times \mathcal{T}_{S_i} \times \mathcal{T}_{S_j} \to \mathcal{T}_{S_j},$$

die die Ersetzung von v durch t in u definiert ($S_i, S_j \in S$ können, müssen aber nicht verschieden sein). Wir schreiben

$$u\,\sigma \quad \text{bzw.} \quad u[v/t]$$

für die Anwendung von σ auf u.

Definition (Substitution — Fortsetzung)

Die Abbildung $\sigma : V_{S_i} \times \mathcal{T}_{S_i} \times \mathcal{T}_{S_j} \to \mathcal{T}_{S_j}$ *ist rekursiv (über den induktiven Aufbau von u) definiert:*

1. $u[v/t] = t$, *falls u die zu ersetzende Variable v ist*
2. $u[v/t] = u$, *falls u ein 0-stelliger Operator oder eine andere Variable als v ist*
3. $u[v/t] = op(u_1[v/t], u_2[v/t], \ldots, u_n[v/t])$, *falls u die Anwendung eines n-stelligen Operators op auf die Ausdrücke* $u_1, u_2, \ldots, u_n$ *ist*

Bemerkung: das Ergebnis einer Substitution ist ein Ausdruck, aber nicht notwendigerweise ein Literal.

Beispiel

Sei u der Ausdruck $-(+(x, x), 1)$ in Funktionsschreibweise. Wir wollen die Variable x durch $2 \cdot b$ ersetzen, d.h. $\sigma = [x/2 \cdot b]$.

Wir erhalten (in Funktionsschreibweise notiert):

$$\begin{aligned} \underbrace{-(+(x, x), 1)}_{u}\ \underbrace{[x/2 \cdot b]}_{\sigma} &= -(+(x, x)[x/2 \cdot b], 1[x/2 \cdot b]) \\ &= -(+(x, x)[x/2 \cdot b], 1) \\ &= -(+(x[x/2 \cdot b], x[x/2 \cdot b]), 1) \\ &= -(+((2 \cdot b), (2 \cdot b)), 1) \end{aligned}$$

d.h., in Infixform notiert wird aus $(x + x) - 1$ durch die Substitution $((2 \cdot b) + (2 \cdot b)) - 1$.

Beispiel

Sei u' der Ausdruck $u[x/2 \cdot b]$ von oben, d.h. $(2 \cdot b + 2 \cdot b) - 1$ in Infixschreibweise. Wir wollen die Variable b durch 3 ersetzen, d.h. $\sigma = [b/3]$.

Wir erhalten (in Infixschreibweise notiert):

$$\begin{aligned}
((2 \cdot b + 2 \cdot b) - 1)[b/3] &= (2 \cdot b + 2 \cdot b)[b/3] - 1[b/3] \\
&= ((2 \cdot b)[b/3] + (2 \cdot b)[b/3]) - 1 \\
&= (2[b/3] \cdot b[b/3] + 2[b/3] \cdot b[b/3]) - 1 \\
&= (2 \cdot 3 + 2 \cdot 3) - 1
\end{aligned}$$

Wenn wir die Operationssymbole entsprechend als Literale aus $\mathbb{N}_0$ bzw. Addition und Subtraktion über $\mathbb{N}_0$ interpretieren, erhalten wir als Wert für $u'[b/3]$ die Zahl $11 \in \mathbb{N}_0$.

Allgemeines

- Für eine Menge an Sorten S, eine Menge von Variablen V vom Typ S und eine Menge von Operationen F über S können wir nun Ausdrücke bilden und deren Bedeutung bestimmen (wenn die Semantik der Operationssymbole klar ist).
- Typischerweise stellt jede höhere Programmiersprache gewisse *Grunddatentypen* als Sorten S zur Verfügung.
- Zusätzlich werden auch gewisse *Grundoperationen* F bereitgestellt, also eine Menge von (teilweise überladenen) Operationssymbolen inklusive der Literalen der o.g. Sorten.

- Die Semantik dieser Operationen ist durch den zugrundeliegenden Algorithmus zur Berechnung der entsprechenden Funktion definiert.
- In den meisten Programmiersprachen ist dies aber vor dem Benutzer verborgen, und es erfolgt auch keine axiomatische Spezifikation, sondern (wenn überhaupt) eine textuelle Beschreibung.

Sorten in Java

- Java stellt grundlegende Sorten (Datentypen) (auch *atomare* oder *primitive* Typen genannt) bereit: für $\mathbb{B}$, *CHAR*, eine Teilmenge von $\mathbb{Z}$ und eine Teilmenge von $\mathbb{R}$ (aber keinen eigenen Grunddatentyp für $\mathbb{N}$).
- Die Werte der primitiven Typen werden intern binär dargestellt.
- Die Datentypen unterscheiden sich u.a. in der Anzahl der Bits (Länge der Zeichenkette in Binärdarstellung), die für ihre interne Darstellung verwendet werden und die damit Einfluss auf den Wertebereich des Typs haben.
- Die Datentypen für eine Teilmenge von $\mathbb{R}$ basieren auf der Menge der Gleitpunktzahlen.

Sorten in Java

- Bemerkungen:
  - Als objektorientierte Sprache bietet Java zusätzlich die Möglichkeit, benutzerdefinierte Datentypen zu definieren.
  - Diese Möglichkeiten lernen wir im Teil über objektorientierte Modellierung genauer kennen.
  - Die Operationen dieser Datentypen müssen explizit durch einen entsprechenden Algorithmus angegeben werden und dann „beliebig“ als *Black Box* verwendet werden.

Sorten in Java

Überblick: Atomare Datentypen (Sorten) in Java:

Name	Länge	Wertebereich
`boolean`	1 Byte	Wahrheitswerte, Literale: `true` und `false`
`char`	2 Byte	Literale: alle Unicodezeichen in Hochkommata, z.B. `'A'`
`byte`	1 Byte	Ganze Zahlen von -2^7 bis $2^7 - 1$
`short`	2 Byte	Ganze Zahlen von -2^{15} bis $2^{15} - 1$
`int`	4 Byte	Ganze Zahlen von -2^{31} bis $2^{31} - 1$
`long`	8 Byte	Ganze Zahlen von -2^{63} bis $2^{63} - 1$
`float`	4 Byte	Gleitkommazahlen (einfache Genauigkeit)
`double`	8 Byte	Gleitkommazahlen (doppelte Genauigkeit)

Im Übrigen: 1 Byte = 8 Bits

Sorten in Java

- Wie erwähnt, stellt Java zu diesen atomaren Datentypen auch entsprechende abstrakte Module mit Grundoperationen bereit.
- Die folgenden Folien stellen einige Besonderheiten dieser Operationen vor, bietet aber keinen vollständigen Überblick!
- Machen Sie sich selbstständig mit allen zur Verfügung stehenden Grundoperationen vertraut, diese finden Sie in den meisten einschlägigen Java-Büchern.

Grundtypen und -operationen in Java

Für den Typ **`boolean`** gelten u.a. folgende Besonderheiten:

- Neben dem logischen UND ($\wedge$), das mit `&` dargestellt wird, gibt es das *sequentielle* UND:
  `a && b` ergibt zunächst wie gewohnt **`true`**, wenn sowohl `a` als auch `b` wahr ist.
  Achtung: Ist `a` bereits falsch, wird **`false`** zurückgegeben und `b` nicht ausgewertet!
- Analog: Neben dem logischen ODER ($\vee$), das mit | dargestellt wird, gibt es das *sequentielle* ODER:
  `a || b` ergibt **`true`**, wenn mindestens einer der beiden Ausdrücke `a` oder `b` wahr ist.
  Ist bereits `a` wahr, so wird **`true`** zurückgegeben und `b` nicht ausgewertet.

Grundtypen und -operationen in Java

- Zusätzlich zur logischen Negation `!` gibt es für den Typ **`boolean`** noch das exklusive ODER (XOR) `^`:
  `a ^ b` ergibt **`true`**, genau dann wenn beide Ausdrücke `a` und `b` einen unterschiedlichen Wahrheitswert haben.

Zeichen (Character) in Java

- Java hat einen eigenen Typ **`char`** für (Unicode-)Zeichen.
- Werte (Literale) werden in einfachen Hochkommata gesetzt, z.B. `'A'` für das Zeichen “A”.
- Einige Sonderzeichen können mit Hilfe von sog. Standard-Escape-Sequenzen dargestellt werden.

Ganze Zahlen in Java

- Java hat vier Datentypen für ganze (vorzeichenbehaftete) Zahlen: **`byte`** (Länge: 1 Byte = 8 Bit), **`short`** (Länge: 16 Bit), **`int`** (Länge: 32 Bit) und **`long`** (Länge: 64 Bit).
- Werte/Literale können geschrieben werden in
  - Dezimalform: bestehen aus den Ziffern `0`, ..., `9`
  - Binärform: beginnen mit dem Präfix `0b` und bestehen aus Ziffern `0` und `1`
  - Oktalform: beginnen mit dem Präfix `0` und bestehen aus Ziffern `0`, ..., `7`
  - Hexadezimalform: beginnen mit dem Präfix `0x` und bestehen aus Ziffern `0`, ..., `9` und den Buchstaben `a`, ..., `f` (bzw. `A`, ..., `F`)
- Negative Zahlen erhalten ein vorangestelltes `-`.

Gleitkommazahlen in Java

- Java hat zwei Datentypen für Gleitpunktzahlen: **`float`** (Länge: 32 Bit) und **`double`** (Länge: 64 Bit).
- Werte (Literale) werden immer in Dezimalnotation geschrieben und bestehen maximal aus
  - Vorkommateil
  - Dezimalpunkt (*)
  - Nachkommateil
  - Exponent `e` oder `E` (Präfix `-` möglich) (*)
  - Suffix `f` oder `F` (**`float`**) oder `d` oder `D` (**`double`**) (*)

  wobei mindestens einer der mit (*) gekennzeichneten Bestandteile vorhanden sein muss.
- Negative Zahlen erhalten ein vorangestelltes `-`.
- Beispiele:
  - double: `6.23`, `623E-2`, `62.3e-1`
  - float: `6.23f`, `623E-2F`, `62.2e-1f`

Arithmetische Operationen in Java

- Arithmetische Operationen haben die Signatur $S \times S \to S$ mit $S \in \{\texttt{byte}, \texttt{short}, \texttt{int}, \ldots \texttt{float}, \ldots\}$.
- Operationen:

Operator	Bezeichnung	Bedeutung
`+`	Summe	`a+b` ergibt die Summe von `a` und `b`
`-`	Differenz	`a-b` ergibt die Differenz von `a` und `b`
`*`	Produkt	`a*b` ergibt das Produkt aus `a` und `b`
`/`	Quotient	`a/b` ergibt den Quotienten von `a` und `b`. Bei ganzzahligen Argumenten entspricht dies *DIV*
`%`	Modulo	`a%b` ergibt den Rest der ganzzahligen Division von `a` durch `b` (d.h. *MOD*)

- Bemerkung: diese Operatoren sind überladen.

Inkrement-Operationen in Java

- Inkrement-Operationen haben die Signatur $S \to S$ mit $S \in \{\texttt{byte}, \texttt{short}, \texttt{int}, \ldots \texttt{float}, \ldots\}$.
- Operationen:

Operator	Bezeichnung	Bedeutung
`++`	Präinkrement	`++a` ergibt `a+1` und erhöht `a` um `1`
`++`	Postinkrement	`a++` ergibt `a` und erhöht `a` um `1`
`--`	Prädekrement	`--a` ergibt `a-1` und verringert `a` um `1`
`--`	Postdekrement	`a--` ergibt `a` und verringert `a` um `1`

Inkrement-Operationen in Java

- Achtung:
  - Die Inkrement-Operatoren haben offenbar *Nebeneffekte*.
  - Der Ausdruck `a++` hat einen Wert (in Abhängigkeit des Wertes von `a` so, wie wir es gewohnt sind), verändert aber auch die Größe `a` selbst.
  - Dieser Effekt ist im (rein) funktionalen Paradigma eigentlich unerwünscht.

Vergleichsoperationen in Java

- Der Gleichheitsoperator ist eine beliebte Fehlerquelle!!!
- Hier alle Vergleichsoperationen:
  (Signatur: $S \to S$ mit $S \in \{$**`byte`**, **`short`**, **`int`**, ... **`float`**, ...$\}$):

Operator	Bezeichnung	Bedeutung
`==`	Gleich	`a==b` ergibt **`true`**, wenn `a` gleich `b` ist
`!=`	Ungleich	`a!=b` ergibt **`true`**, wenn `a` ungleich `b` ist
`<`	Kleiner	`a<b` ergibt **`true`**, wenn `a` kleiner `b` ist
`<=`	Kleiner gleich	`a<=b` ergibt **`true`**, wenn `a` kleiner oder gleich `b` ist
`>`	Größer	`a>b` ergibt **`true`**, wenn `a` größer `b` ist
`>=`	Größer gleich	`a>=b` ergibt **`true`**, wenn `a` größer oder gleich `b` ist

Ausdrücke in Java

- Wir können auch in Java aus Operatoren Ausdrücke (zunächst ohne Variablen) bilden, so wie im vorherigen Kapitel besprochen.
- Laut induktiver Definition von Ausdrücken ist ein Literal ein Ausdruck.
- Interessanter ist, aus Literalen (z.B. den `int` Werten `6` und `8`) und mehrstelligen Operatoren (z.B. `+`, `*`, `<`, `&&`) Ausdrücke zu bilden.

Ausdrücke in Java

- Ein gültiger Ausdruck hat, wie wir wissen, selbst wieder einen Wert (der über die Semantik der beteiligten Operationen definiert ist) und einen Typ (der durch die Ergebnissorte des angewendeten Operators definiert ist):
  - `6 + 8 //Wert: 14 vom Typ int`
  - `6 * 8 //Wert: 48 vom Typ int`
  - `6 < 8 //Wert: true vom Typ boolean`
  - `6 && 8 //ungueltiger Ausdruck, keine passende Signatur`

Typkonversion

- Wie bereits erwähnt, gibt es auch in Java das Konzept der Sortenanpassung (Typkonversion, Typecasting) um Daten aus unterschiedlichen Sorten miteinander zu verarbeiten.
- Offenbar gilt z.B. $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}$, d.h. ein Ausdruck `6 + 1.3` ist eigentlich sinnvoll wenn man die Zahl `6` als `6.0` $\in$ **`double`** interpretieren würde.
- Wir können auch sagen: $\mathbb{R}$ ist der *allgemeinere* Typ, $\mathbb{Z}$ der *speziellere*.

Typkonversion

- In vielen Programmiersprachen gibt es eine automatische Typkonversion meist vom spezielleren in den allgemeineren Typ (dazu gleich mehr).
- Eine Typkonversion vom allgemeineren in den spezielleren Typ muss (wenn erlaubt) sinnvollerweise immer explizit durch einen *Typecasting*-Operator herbeigeführt werden (auch dazu gleich mehr).
- Es gibt aber auch Programmiersprachen, in denen man grundsätzlich zur Typkonversion ein entsprechendes Typecasting explizit durchführen muss.

Automatische Typkonversion in Java

- Unterschätzen Sie Typecasting nicht als Fehlerquelle bei der Entwicklung von Algorithmen bzw. der Erstellung von Programmen!
- Der Ausdruck `6 + 7.3` ist in Java tatsächlich auch erlaubt, d.h. hier findet offenbar eine implizite Typkonversion statt.
- *Wann* passiert *was* und *wie* bei der Auswertung des Ausdrucks `6 + 7.3`?

Automatische Typkonversion in Java

- Wann:
  Während des Übersetzens des Programmcodes in Bytecode durch den Compiler.
- Was:
  Der Compiler kann dem Ausdruck keinen Typ (und damit auch keinen Wert) zuweisen, da es keine erfüllbare Signatur gibt. Solange kein *Informationsverlust* auftritt, versucht der Compiler diese Situation zu retten.

Automatische Typkonversion in Java

- Wie:
  Der Compiler erkennt, dass das rechte Argument vom Operator “+” einen Zahlenbereich hat, der den der linken Seite umfasst. Daher konvertiert er automatisch den Ausdruck `6` vom Typ **`int`** in einen Ausdruck vom Typ **`double`**, so dass die Operation

$$\texttt{+} : \textbf{\texttt{double}} \times \textbf{\texttt{double}} \rightarrow \textbf{\texttt{double}}$$

  angewendet werden kann.

Automatische Typkonversion in Java

- Wie wir bereits besprochen haben, ist formal gesehen diese Konvertierung eine Operation (nennen wir sie hier einfach mal `intToDouble`) mit der Signatur

$$\texttt{intToDouble} : \textbf{int} \rightarrow \textbf{double}$$

  d.h. der Compiler wandelt den Ausdruck `6 + 7.3` um in den Ausdruck `intToDouble(6) + 7.3`
- Dieser Ausdruck hat offensichtlich einen eindeutigen Typ und damit auch einen eindeutig definierten Wert.

Typkonversion in Java

- Was bedeuted “Informationsverlust”?
- Es gilt folgende “Kleiner-Beziehung” (auch “spezieller/allgemeiner-Beziehung”) zwischen Datentypen:

  `byte` < **`short`** < **`int`** < **`long`** < **`float`** < **`double`**

  die wir vorhin schon ausgenutzt haben: beispielsweise enthält der Zahlenbereich von **`int`** den kompletten Zahlenbereich von **`short`**.
  (Ja, auch **`long`** (64 bit) ist in Java spezieller als **`float`** (32 bit). Das klingt komisch, ist es auch!!!)

Typkonversion in Java

- Java konvertiert Ausdrücke automatisch in den allgemeineren (“größeren”) Typ (in der Kette oben: von links nach rechts), da dabei kein Informationsverlust auftritt (Aufpassen auf `long` nach `float`/`double`!!!).
- Was kann aber passieren, wenn man einen Ausdruck in einen spezielleren Typ umwandeln will (in unserer Kette von rechts nach links)?

Explizite Typkonversion in Java: Type-Casting

- Daher: will man eine Typkonversion zum spezielleren Typ durchführen, so muss man dies in Java *explizit* angeben.
- In Java erzwingt man die Typkonversion zum spezielleren Typ `type` durch Voranstellen von `(type)`.
- Der Ausdruck

  `(type) a`

  wandelt den Ausdruck `a` in einen Ausdruck vom Typ `type` um.
- Beispiele:
  - `(byte)3` ist vom Typ **`byte`**
  - `(int)(2.0 + 5.0)` ist vom Typ **`int`**
  - `(float)1.3e-7` ist vom Typ **`float`**

Explizite Typkonversion in Java: Type-Casting

- Bei der Typkonversion in einen spezielleren Typ kann Information verloren gehen.
- Beispiele:
  - `(int)5.2` ergibt `5` (ein späteres `(double) 5` ergibt `5.0`)
  - `(int)-5.2` ergibt `-5`

Der Type-Cast-Operator in Java

Im Ausdruck

```
(type) a
```

ist `(type)` ein Operator. Type-Cast-Operatoren bilden zusammen mit einem Ausdruck wieder einen Ausdruck.

Der Typ des Operators ist z.B.:

$$\texttt{(int)} \;:\; \texttt{charUbyteUshortUintUlongUfloatUdouble} \to \texttt{int}$$

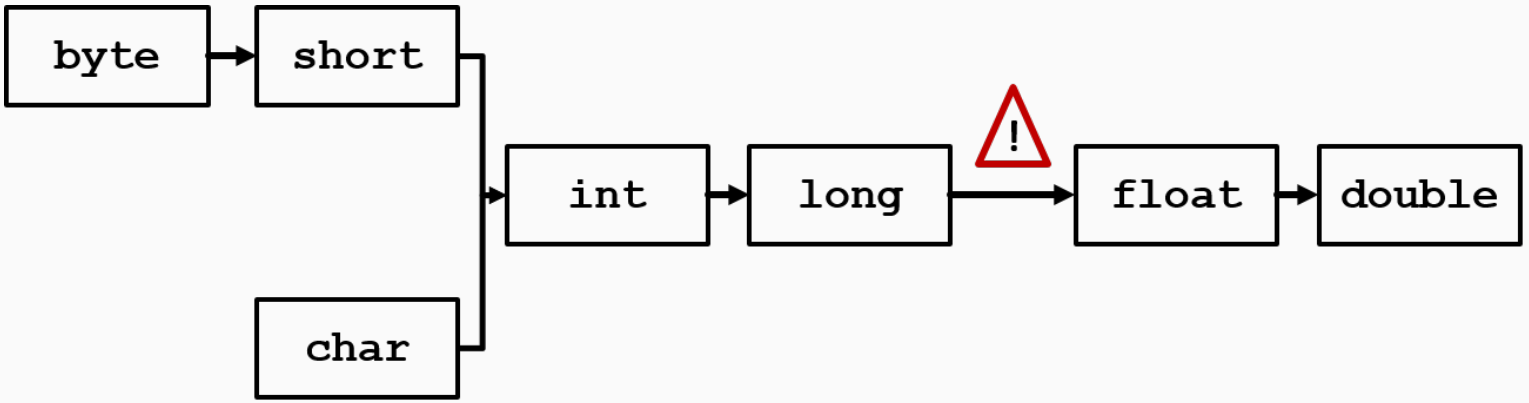
$$\texttt{(float)} \;:\; \texttt{charUbyteUshortUintUlongUfloatUdouble} \to \texttt{float}$$

Sie können also z.B. auch **`char`** (16 Bit) in **`int`** (32 Bit) umwandeln (und das sogar implizit).

Klingt komisch? Ist aber so! Und was passiert da?

Zusammenfassung: Typ-Cast in Java

Hier nochmal die (für Java) gültige “Hierarchie” von atomaren Typen:



Impliziter Type-Cast ist entlang der Pfeilrichtung erlaubt (Achtung bei `long`). Entgegen der Pfeilrichtung muss explizit umgewandelt werden. Nach/von `boolean` ist keine Umwandlung möglich.