Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Peer Kröger
Janina Bleicher, Florian Richter

München, 20.10.2016

Einführung in die Programmierung

WS 2016/17

Übungsblatt 1: Mengen, Boolesche Algebra

Besprechung: 31.10./02.11./04.11.2016

Ende der Abgabefrist: Freitag, 28.10.2016 14:00 Uhr.

Hinweise zur Abgabe:
Bitte beachten Sie, dass dieses Übungsblatt **nicht** bewertet wird. Damit Sie sich aber mit dem Abgabesystem und dem grunsätzlichen Vorgehen bei Übungen vertraut machen können, empfehlen wir Ihnen, das Übungsblatt dennoch über Uniworx abzugeben. Außerdem erhalten Sie eine nützliche Korrektur der Abgabe.

Übungsblätter dürfen NICHT in Teams abgegeben werden, da Sie sich durch eine erfolgreiche Bearbeitung bereits einen Bonus für die Klausur verdienen können. Es ist zwar sinnvoll in kleinen Teams die Aufgaben zu diskutieren, die Lösungen müssen aber von jedem Studenten EINZELN bearbeitet werden. Bitte beachten Sie, dass abgeschriebene Lösungen mit 0 Punkten bewertet werden!
Sammeln Sie die Lösungen zu diesem Übungsblatt (also `mengen1.txt`, `mengen2.txt` und `relationen.txt`) in einem `zip`-Archiv `loesung01.zip`. Dieses `zip`-Archiv können Sie schließlich unter `https://uniworx.ifi.lmu.de/` abgeben.

Wichtig: Achten Sie bitte darauf, dass Ihre Lösungsdateien die korrekten, d. h. die in der Angabe geforderten Namen haben, sonst kann Ihre Lösung nicht der richtigen Aufgabe zugeordnet werden. Java-Dateien, die nicht fehlerfrei kompilierbar sind, werden im Allgemeinen nicht korrigiert.

Aufgabe 1-1 *Mengenlehre* **0 Punkte**

In der Vorlesung haben Sie das Mengenkonzept kennengelernt. Beantworten Sie folgende Fragen zu mathematischen Mengen:

(a) Geben Sie die Menge aller Zweierpotenzen zwischen 2 und 100 sowohl in *extensionaler* als auch in *intensionaler* Darstellung an.

(b) Ist eine extensionale Aufzählung der Elemente der folgenden intensional definierten Menge möglich? Wenn Ja, geben Sie diese an. Wenn nein, begründen Sie, warum.

$$M_i = \{5^x | x \in \mathbb{Z} \land 1 \leq 5^x \leq 100\}$$

(c) Für welche der folgenden Mengen gilt Äquivalenz, d.h. $M_i = M_j$?

- $M_1 = \{1, 7, 9, 15, 16\}$
- $M_2 = \{1, 7, 16, 15, 7\}$
- $M_3 = \{1, 7, 9, 15, 16, 7\}$
- $M_4 = \{16, 7, 15, 9, 1\}$

(d) Berechnen Sie $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ für $A = \{1, 6, 17, 63, 82\}$ und $B = \{3, 6, 17, 62, 82\}$

(e) Bestimmen Sie die extensionale Darstellung von:

(i) $M_1 = \{n \in \mathbb{Z} | |n^3| \leq |n^2|\}$

(ii) $M_2 = \{X | X \subseteq \{1, 2, 3, 4\} \wedge |X| = 3\}$

(iii) $M_3 = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 | x^2 + y^2 \leq 1\}$

(f) Bestimmen Sie die intensionale Darstellung von:

(i) $M_4 = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

(ii) $M_5 = \{1, 3, 9, 27, 81\}$

(iii) $M_6 = \{1, 2, \frac{1}{2}\}$

Geben Sie die Lösung zu dieser Aufgabe in einer Datei `mengen1.txt` ab.

Aufgabe 1-2 *Operationen auf Mengen* **0 Punkte**

Betrachten wir die Mengen $M_1 = \{a\}$, $M_2 = \{A, B, C, D\}$ und $M_3 = \{1, 2\}$.
Geben Sie die Elemente der Lösungsmengen zu den folgenden Definitionen extensional an, d.h. zählen Sie die jeweiligen Elemente explizit auf.

- Das kartesische Produkt $M_1 \times M_2 \times M_3$
- Die Potenzmenge $\wp(M_3)$
- Eine 2-stellige Relation zwischen M_1 und M_2, die eine Funktion ist.
  (Eine mögliche Lösungsmenge genügt)
- Eine 2-stellige Relation zwischen M_3 und M_2, die *keine* Funktion ist.
  (Eine mögliche Lösungsmenge genügt)
- Eine totale Funktion von M_2 nach M_3.
  (Eine mögliche Lösungsmenge genügt)

Geben Sie die Lösung zu dieser Aufgabe in einer Datei `mengen2.txt` ab.

Aufgabe 1-3 *Relationen* **0 Punkte**

Im folgenden seien $M, N \subseteq \mathbb{N}$ beliebige Mengen von natürlichen Zahlen. Die in Kapitel 3.1 eingeführten Beziehungen zwischen Mengen lassen sich auch als Relationen auffassen.

Bezeichnung	Notation	Bedeutung
M ist Teilmenge von N	$M \subseteq N$	aus $a \in M$ folgt $a \in N$
M ist echte Teilmenge von N	$M \subset N$	es gilt $M \subseteq N$ und $M \neq N$
M und N sind disjunkt	$M \cap N = \emptyset$	M und N haben keine gemeinsamen Elemente
M und N sind identisch	$M \equiv N$	es gilt $M \subseteq N$ und $N \subseteq M$

(a) Geben Sie jeweils die Wertebereiche dieser Relationen an!

Verwenden Sie für diese Aufgabe die Datei `relationen.txt`, in der Sie Ihre Antworten eintragen können.

(b) Welche dieser Relationen sind

- reflexiv?
- symmetrisch?
- antisymmetrisch?
- transitiv?
- alternativ?

Ergänzen Sie Ihre Lösung in der Datei `relationen.txt` entsprechend.