

**Einführung in die Programmierung**  
WS 2009/10

**Übungsblatt 4: Induktion, Ausdrücke**

Besprechung: 23./25./26./27.11.2009

Ende der Abgabefrist: Montag, 23.11.2009 10:00 Uhr.

**Hinweise zur Abgabe:**

Geben Sie bitte Ihre gesammelten Lösungen zu diesem Übungsblatt in einer Datei `loesung04.zip` unter <http://www.pst.ifi.lmu.de/uniworx/> ab.

Bitte beachten Sie, dass Aufgabe 4-1 nicht in die Bonusregelung eingeht. Bereiten Sie diese aber bitte trotzdem vor, damit Sie der Übung optimal folgen können.

**Aufgabe 4-1**     *Fehler in Beweisführung*

**0 Punkte**

Der folgende Satz gilt offensichtlich nicht, also muss der Beweis des Satzes Fehler enthalten. Finden Sie diese.

**Satz:** Für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt: für jede Folge  $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  gilt  $x_1 = \dots = x_n$ .

**Beweis:** durch vollständige Induktion über  $n$ .

**Induktionsbasis:**  $n = 1$ .

Für jede Folge  $(x_1) \in \mathbb{R}^1$  gilt die Behauptung trivialerweise.

**Induktionsannahme:** Für ein  $n$  gelte, dass für jede Folge  $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  gilt  $x_1 = \dots = x_n$ .

**Induktionsschritt:**  $n \rightarrow n + 1$

Zu zeigen: es gilt auch für  $n + 1$ , dass für jede Folge  $(x_1, \dots, x_{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1}$  gilt  $x_1 = \dots = x_{n+1}$ .

Betrachte also eine beliebige Folge  $(x_1, \dots, x_{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1}$ .

Dann ist  $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ , und nach Induktionsannahme gilt  $x_1 = \dots = x_n$ .

Ebenso ist  $(x_2, \dots, x_{n+1}) \in \mathbb{R}^n$ , und nach Induktionsannahme gilt  $x_2 = \dots = x_{n+1}$ .

Also ist  $x_1 = x_2 = \dots = x_n = x_{n+1}$ .

QED

**Aufgabe 4-2** *Vollständige Induktion***10 Punkte**

Zeigen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion, dass folgende Aussagen für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  gelten:

(a)  $\sum_{i=0}^n i^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$

(b)  $n^5 - n$  ist immer durch 5 teilbar.

Geben Sie Ihre Lösungen in einer Datei `induktion.txt` ab.

**Aufgabe 4-3** *Ausdrücke***10 Punkte**

Seien gegeben die Menge  $F$  von Operatorbeschreibungen, die Menge  $S$  von Sorten und die Menge  $V$  von Variablen mit

$$S = \{S_1, S_2\},$$

$$F = \{o_1 : S_1 \times S_2 \rightarrow S_1$$

$$o_2 : \emptyset \rightarrow S_2$$

$$o_3 : S_2 \times S_2 \rightarrow S_1$$

$$o_4 : S_2 \times S_1 \rightarrow S_2\}$$

und

$$V = V_{S_1} \cup V_{S_2}$$

mit

$$V_{S_1} = \{a\}$$

und

$$V_{S_2} = \{b\}$$

- (a) Entscheiden Sie, ob es sich bei der folgenden Zeichenkette in Präfixform um einen korrekt gebildeten Ausdruck handelt. Begründen Sie in jedem Fall Ihre Entscheidung und geben Sie den Operatorbaum an!

$$o_1 \ o_3 \ o_2 \ o_2 \ o_2$$

Geben Sie Ihre textuelle Lösung in einer Datei `operator1.txt` und den Operatorbaum in einer Datei `operator1.jpeg` ab.

- (b) Entscheiden Sie, ob es sich bei der folgenden Zeichenkette in Postfixform um einen korrekt gebildeten Ausdruck handelt. Begründen Sie in jedem Fall Ihre Entscheidung und geben Sie den Operatorbaum an!

$$b \ o_2 \ b \ o_2 \ o_3 \ o_4$$

Geben Sie Ihre textuelle Lösung in einer Datei `operator2.txt` und den Operatorbaum in einer Datei `operator2.jpeg` ab.

- (c) Entscheiden Sie, ob es sich bei der folgenden Zeichenkette in Infixform um einen korrekt gebildeten Ausdruck handelt. Begründen Sie in jedem Fall Ihre Entscheidung und geben Sie den Operatorbaum an!

$$((o_2 \ o_4 \ (b \ o_3 \ b)) \ o_1 \ b)$$

Geben Sie Ihre textuelle Lösung in einer Datei `operator3.txt` und den Operatorbaum in einer Datei `operator3.jpeg` ab.

**Hinweis:** Eine jpeg-Datei können Sie mit einem beliebigen Zeichenprogramm erstellen und die Datei mit der Endung `.jpeg` speichern.