

Einführung in die Programmierung
WS 2009/10

Übungsblatt 3: Eigenschaften von Algorithmen, Mengen und Abbildungen

Besprechung: 16./18./19.11.2009

Ende der Abgabefrist: Montag, 16.11.2009 10:00 Uhr.

Hinweise zur Abgabe:

Geben Sie bitte Ihre gesammelten Lösungen zu diesem Übungsblatt in einer Datei `loesung03.zip` unter <http://www.pst.ifi.lmu.de/uniworx/> ab.

Bitte beachten Sie, dass Aufgabe 3-1 nicht in die Bonusregelung eingeht. Bereiten Sie diese aber bitte trotzdem vor, damit Sie der Übung optimal folgen können.

Aufgabe 3-1 *Eigenschaften von Algorithmen*

0 Punkte

Stellen Sie sich einen Karteikasten vor, in dem Sie nach allen Karteikarten mit einem bestimmten Titel suchen. Hierfür stellen wir Ihnen fünf unterschiedliche Algorithmen vor:

Suchverfahren 1:

1. Sie greifen zufällig eine Karte heraus.
2. Hat diese den gewünschten Titel, so sind Sie fertig, ansonsten legen Sie sie zurück und wiederholen das Verfahren ab Schritt 1.

Suchverfahren 2:

1. Sie greifen zufällig eine Karte heraus.
2. Trägt diese den gewünschten Titel, so legen Sie die Karte auf einen Ergebnisstapel, ansonsten legen Sie sie auf die Seite.
3. Ist der Kasten leer, so beenden Sie die Suche.
4. Ansonsten wiederholen Sie das Verfahren ab Schritt 1.

Suchverfahren 3:

1. Sie greifen die Karte heraus, die in der Mitte liegt.
2. Trägt diese den gewünschten Titel, so sind Sie fertig, ansonsten rufen Sie nach Unterstützung (es stehen mehr Helfer als Karteikarten zur Verfügung).
3. In der ersten Hälfte des Kastens suchen Sie weiter beginnend mit Schritt 1, in der zweiten Hälfte sucht ihre Unterstützung nach dem selben Verfahren auch beginnend mit Schritt 1.
4. Das Verfahren ist beendet, wenn jeder entweder eine Karte gefunden hat oder nur mehr leere Kartenabschnitte hat.

Suchverfahren 4:

1. Sie greifen die erste Karte.
2. Trägt diese den gewünschten Titel, so legen Sie diese auf den Ergebnisstapel.
3. Ist der Kasten noch nicht leer, nehmen Sie die nächste Karte und setzen die Suche bei Schritt 2 fort.

Suchverfahren 5: (Vorbedingung: Karteikasten ist lexikographisch sortiert)

1. Sie greifen die Karte, die in der Mitte liegt.
2. Trägt diese den gewünschten Titel, legen Sie die Karte auf den Ergebnisstapel und gehen zu Schritt 6, ansonsten:
3. Ist der gesuchte Titel alphabetisch *vor* dem Titel auf der ausgewählten Karte, so suchen Sie nur noch in der ersten Hälfte nach dem gleichen Verfahren ab Schritt 1 weiter.
4. Ist der gesuchte Titel alphabetisch *hinter* dem Titel auf der ausgewählten Karte, so suchen Sie nur noch in der zweiten Hälfte nach dem gleichen Verfahren ab Schritt 1 weiter.
5. Das Verfahren ist erfolglos beendet, wenn der letzte Kartenabschnitt leer ist.
6. Untersuchen Sie die nachfolgende Karte auf den gesuchten Titel. Falls die Karte ebenfalls diesen Titel trägt, legen Sie sie auf den Ergebnisstapel. Und wiederholen Schritt 6.
7. Untersuchen Sie die vorhergehende Karte auf den gesuchten Titel. Falls die Karte ebenfalls diesen Titel trägt, legen Sie sie auf den Ergebnisstapel. Und wiederholen Schritt 7.
8. Das Verfahren ist mit allen Ergebnissen beendet, wenn keine angrenzende Karte mehr auftritt, die den gesuchten Titel trägt.

Vergleichen Sie die oben angeführten Suchverfahren. Welcher Algorithmus erfüllt welche der folgenden Eigenschaften? Begründen Sie Ihre Antworten!

- terminierend
- deterministisch
- determiniert
- rekursiv
- partiell korrekt
- total korrekt

Aufgabe 3-2 *Operationen auf Mengen***10 Punkte**

Betrachten wir die Mengen $M_1 = \{a\}$, $M_2 = \{A, B, C, D\}$ und $M_3 = \{1, 2\}$.

Geben Sie die Elemente der Lösungsmengen zu den folgenden Definitionen extensional an, d.h. zählen sie die jeweiligen Elemente explizit auf.

- Das kartesische Produkt $M_1 \times M_2 \times M_3$
- Die Potenzmenge $\wp(M_3)$
- Eine 2-stellige Relation zwischen M_1 und M_2 , die eine Funktion ist.
(Eine mögliche Lösungsmenge genügt)
- Eine 2-stellige Relation zwischen M_3 und M_2 , die *keine* Funktion ist.
(Eine mögliche Lösungsmenge genügt)
- Eine totale Funktion von M_2 nach M_3 .
(Eine mögliche Lösungsmenge genügt)

Geben Sie die Lösung zu dieser Aufgabe in einer Datei `mengen.txt` ab.

Aufgabe 3-3 *Relationen***10 Punkte**

Die in Kapitel 3.1 eingeführten Eigenschaften von Mengen und Beziehungen zwischen Mengen lassen sich auch als Relationen auffassen.

Bezeichnung	Notation	Bedeutung
M ist Teilmenge von N	$M \subseteq N$	aus $a \in M$ folgt $a \in N$
M ist echte Teilmenge von N	$M \subset N$	es gilt $M \subseteq N$ und $M \neq N$
Vereinigung von M und N	$M \cup N$	$\{x \mid x \in M \text{ oder } x \in N\}$
Schnittmenge von N und M	$M \cap N$	$\{x \mid x \in M \text{ und } x \in N\}$
Differenz M ohne N	$M \setminus N$	$\{x \mid x \in M \text{ und } x \notin N\}$
M und N sind disjunkt	$M \cap N = \emptyset$	M und N haben keine gemeinsamen Elemente
Kardinalität einer Menge M	$ M $	Anzahl der Elemente von M

- (a) Geben Sie jeweils die Wertebereiche dieser Relationen an! \mathcal{M} soll die Menge aller Mengen bezeichnen. Verwenden Sie für diese Aufgabe die Datei `relationen.txt`, in der Sie Ihre Antworten eintragen können.
- (b) Welche dieser Relationen sind
- reflexiv?
 - symmetrisch?
 - antisymmetrisch?
 - transitiv?
 - alternativ?

Ergänzen Sie Ihre Lösung in der Datei `relationen.txt` entsprechend.