Ludwig Maximilians Universität München
Institut für Informatik
Lehr- und Forschungseinheit für Datenbanksysteme

Skript zur Vorlesung

Datenbanksysteme II

Sommersemester 2005

Kapitel 6: Ähnlichkeitsmodelle für Multimediadaten

Vorlesung: Christian Böhm
Übungen: Elke Achtert, Peter Kunath

http://www.dbs.informatik.uni-muenchen.de/Lehre/DBSII

Inhalt

Inhalt

Ähnlichkeitsmodelle für Sequenzdaten

- Eine Sequenz der Länge n ist eine Abbildung der Indexmenge $I_n = \{1, \ldots, n\}$ in einen Wertebereich W: $I_n \rightarrow W$

- Sequenzen lassen sich anhand ihres Wertebereichs klassifizieren:
  - nominale Werte (Kategorien, Alphabete, allgemein: Aufzählungstypen)
    Beispiele:
    Texte: $I_n \rightarrow$ Buchstaben
    DNA-Sequenzen: $I_n \rightarrow$ Nucleinsäuren {C, G, A, T}
    Proteinsequenzen: $I_n \rightarrow$ Aminosäuren {LEU, ARG, …}

  - kontinuierliche Werte (reelle Zahlen)
    Beispiele (allg. Zeitreihen):
    Aktienkurse: $I_n \rightarrow$ Kurswerte
    Fieberkurven: $I_n \rightarrow$ Temperaturwerte

Ähnlichkeitsmodelle für Sequenzdaten

- Klassen von Anfragen
  - Vollsequenzsuche: Sequenzen sind über ihre gesamte Länge ähnlich
  - Teilsequenzsuche: Suche nach Vorkommen von kurzen Anfragesequenzen in (längeren) Datenbanksequenzen

Ähnlichkeitsmodelle für Zeitreihen fester Länge

- Anfragebeispiele
  - "Identifiziere Unternehmen mit einem ähnlichen Umsatzverlauf."
  - "Bestimme Produkte mit einer ähnlichen Entwicklung der Verkaufszahlen."
  - "Ermittle Aktien mit einem ähnlichen Kursverlauf."
  - "Stelle fest, ob ein Musikstück zu einem der geschützten Werke ähnlich ist."
- Charakterisierung des Verfahrens
  - Beschränkung auf Vollsequenzsuche (Teilsequenzen werden nicht betrachtet).
  - Sequenzen $I_n \rightarrow IR$ werden als n-dimensionale Vektoren aus IR^n betrachtet.

Diskrete Fourier-Transformation (1)

Diskrete Fourier-Transformation (DFT)

- Gegeben sei ein Signal $x = [x_t]$, $t = 0, \ldots, n-1$
- Die DFT von x ist eine Sequenz $X = [X_f]$ von n komplexen Zahlen, $f = 0, \ldots, n-1$ mit

$$X_f = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t=0}^{n-1} x_t \exp(-i2\pi ft / n) \quad f = 0, \ldots, n-1 \text{ (}f\text{: Frequenzen)}$$

  wobei i die komplexe Einheit bezeichnet, d.h. $i^2 = -1$.
- Durch die inverse DFT wird das ursprüngliche Signal x wiederhergestellt:

$$x_t = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t=0}^{n-1} X_f \exp(i2\pi ft / n) \quad t = 0, \ldots, n-1 \text{ (}t\text{: Zeitpunkte)}$$

- $[x_t] \leftrightarrow [X_f]$ bezeichne ein Fourier-Paar, d.h. $\text{DFT}([x_t]) = [X_f]$ und $\text{DFT}^{-1}([X_f]) = [x_t]$.

Diskrete Fourier-Transformation (2)

- Die DFT ist eine *lineare Abbildung*, d.h. mit $[x_t] \leftrightarrow [X_f]$ und $[y_t] \leftrightarrow [Y_f]$ gilt auch:
  (i) $[x_t + y_t] \leftrightarrow [X_f + Y_f]$ und
  (ii) $[ax_t] \leftrightarrow [aX_f]$ für ein Skalar $a \in IR$

- Verschiebungsinvarianz
  - $A = |c|$ heißt die Amplitude und φ die Phase einer komplexen Zahl $c = a + ib = A \cdot e^{i\varphi}$.
  - Eine Verschiebung im Zeitbereich verschiebt nur die Phase, nicht jedoch die Amplitude der Fourierkoeffizienten:
    $[x_{t-t_0}] \leftrightarrow [X_f \exp(i2\pi ft_0/n)]$

Satz von Parseval (1)

Energie einer Sequenz

- Die *Energie* $E(c)$ von c ist das Quadrat der Amplitude: $E(c) = |c|^2$.
- Die *Energie* $E(x)$ einer Sequenz $\boldsymbol{x}$ ist die Summe aller Energien über die Sequenz:

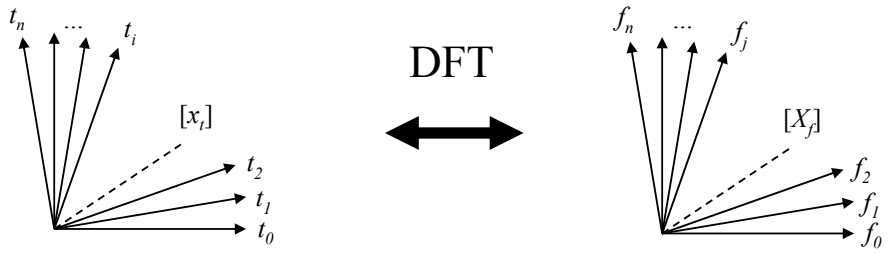
$$E(x) = \|x\|^2 = \sum_{t=0}^{n-1} |x_t|^2$$

Satz von Parseval

- Die Energie eines Signals im Zeitbereich ist gleich der Energie im Frequenzbereich.
  Formal: Sei X die DFT von x, dann gilt:

$$\sum_{t=0}^{n-1} |x_t|^2 = \sum_{t=0}^{n-1} |X_f|^2$$

Satz von Parseval (2)



- Mit anderen Worten:
  Die euklidische Distanz zweier Signale x und y stimmt im Zeit- und im Frequenzbereich überein:
  $\| x - y \|^2 = \| X - Y \|^2$

Satz von Parseval (3)

Grundidee der Technik

- Als Ähnlichkeitsfunktion für Sequenzen wird die euklidische Distanz verwendet:

$$D(x, y) = \|x - y\| = \sqrt{\sum_{t=0}^{n-1} |x_t - y_t|^2}$$

- Der Satz von Parseval ermöglicht nun, die Distanzen im Frequenzbereich statt im Zeitbereich zu berechnen:
  $D(x, y) = D(X, Y)$

Kürzen der Sequenzen

Kürzen der Sequenzen für die Indexierung

- In praktischen Beispielen haben die tiefsten Frequenzen die größte Bedeutung.
- Die ersten Frequenz-Koeffizienten enthalten also die wichtigste Information.
- Für den Aufbau eines Index werden die transformierten Sequenzen gekürzt, d.h. von $[X_f], f = 0, 1, \ldots, n-1$ werden nur die ersten c Koeffizienten $[X_{f<c}]$, $c < n$, indexiert.
- Im Index kann dann eine untere Schranke der echten Distanz berechnet werden:

$$D_c(x, y) = \sqrt{\sum_{f=0}^{c-1} |x_f - y_f|^2} \leq \sqrt{\sum_{f=0}^{n-1} |x_f - y_f|^2} = D(x, y)$$

- Diese Eigenschaft ist wichtig für die Suche, weil sie die Vollständigkeit der Ergebnisse des Index garantiert, d.h. die Ergebnisse aus dem Index bilden eine Obermenge der tatsächlichen Ergebnisse.

Anfragebearbeitung (1)

Es ergibt sich also folgender Anfrageablauf:

- Ausgegeben werden sollen alle Objekte o in der Datenbank, die sich höchstens um ε vom Anfrageobjekt q ("query") unterscheiden:
  $\{o \in DB \mid D(o, q) \leq \varepsilon\}$

- *Vollständigkeit* der Anfragebearbeitung
  Ein Filterschritt basierend auf einem Index mit $c < n$ Koeffizienten kann nun eine Obermenge der Ergebnisse finden (Kandidaten), d.h. der Filterschritt ist *vollständig*:

  $\{o \in DB \mid D(o, q) \leq \varepsilon\} \subseteq \{o \in DB \mid D_c(o, q) \leq \varepsilon\}$
  (tatsächliche Ergebnisse) (Kandidaten aus Index)

  Beweis: Wegen $D_c(o, q) \leq D(o, q)$ gilt für jedes o mit $D(o, q) \leq \varepsilon$ auch $D_c(o, q) \leq \varepsilon$.
  Es gibt also keinen Treffer o' mit $D(o',q) \leq \varepsilon < D_c(o',q)$, der im Index verloren geht.

Anfragebearbeitung (2)

- *Korrektheit* der Anfragebearbeitung
  Ein nachgeschalteter Verfeinerungsschritt berechnet die exakten Distanzwerte $D(o, q)$ auf den vollständigen Sequenzen und gewährleistet so, daß die ausgegebenen Resultate tatsächlich das Ähnlichkeitskriterium $D(o, q) \leq \varepsilon$ erfüllen.

Zusammenfassung

Zusammenfassung

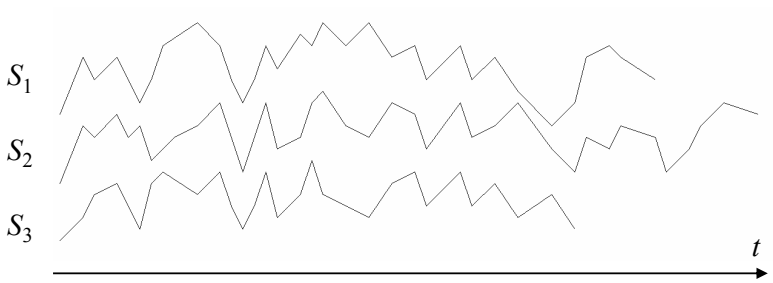
- Zeitreihen werden mit Hilfe der Diskreten Fourier-Transformation (DFT) vom Zeitbereich in den Frequenzbereich abgebildet.
- Satz von Parseval: Die euklidische Distanz ist invariant gegenüber der Fourier-Transformation, d.h. sie hat den gleichen Wert im Zeit- wie im Frequenzbereich.
- Beobachtung: nur die tiefsten Frequenzen haben eine praktische Bedeutung. Experimente zeigen, dass die ersten 1 bis 3 Koeffizienten genügen.
- Insgesamt: Abbildung von hochdimensionalen Zeitreihen in niedriger-dimensionale Sequenzen von Frequenzwerten.
- Mehrstufige Anfragebearbeitung mit R*-Baum im Filterschritt.

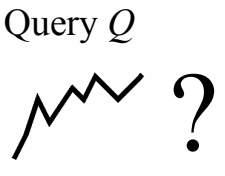
Suche nach Teilsequenzen (1)

Modell für die Suche nach Teilsequenzen

Hier: Suche nach Teilsequenzen (nicht mehr nur vollständige Sequenzen)

- Gegeben seien N Sequenzen $S_1, S_2, \ldots, S_N$ beliebiger Längen, eine Anfragesequenz Q, eine Ähnlichkeitstoleranz ε sowie eine Distanzfunktion D für Sequenzen.
- Gesucht sind diejenigen S_i, die Teilsequenzen $s = S_i[k, k+\text{len}(Q)-1]$ beinhalten, deren Abstand $D(s, Q)$ höchstens ε beträgt. Zu jedem S_i soll auch die Position k der entsprechenden Teilsequenz s ausgegeben werden.





Suche nach Teilsequenzen (2)

Anwendungsbeispiele

- Finanz- und betriebswirtschaftliche Datenbanken: "Finde Beispiele aus der Vergangenheit, bei denen sich die Verkaufsentwicklung ähnlich entwickelt hat wie bei unserem Produkt in den vergangenen drei Monaten."
- Technisch-wissenschaftliche Datenbanken: "Wann konnte ein ähnliches Verhalten des Sonnenwindes gemessen werden wie heute vormittag von 10.00 bis 12.00 Uhr?"

Mindestlänge *w* für Anfragesequenzen

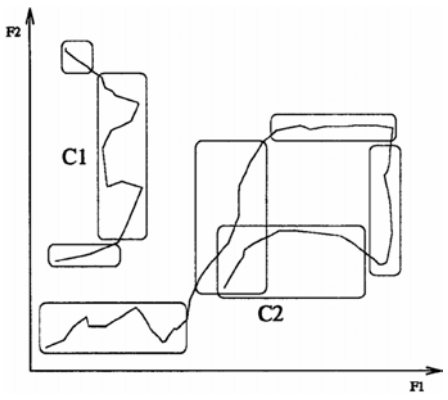
- Im weiteren wird eine Mindestlänge w für Anfragesequenzen angenommen.
- Beispiel: Bei Aktienkursen ist man an wöchentlichen oder monatlichen Mustern der Kursverläufe interessiert, da sie weniger rauschanfällig sind.
- Kürzere Anfragen werden nach wie vor unterstützt (durch sequentielle Suche).

Suche nach Teilsequenzen (3)

Abbildung der Zeitreihen

- Über jede der Sequenzen wird ein Fenster der Länge w geschoben.
- An jeder Fensterposition wird die sichtbare Teilsequenz (wie oben) durch DFT codiert und stellt dadurch einen Punkt im w-dimensionalen Frequenzenraum dar.
- Eine Sequenz S wird also durch eine Folge von $\text{len}(S) - w + 1$ vielen Punkten der Dimension w repräsentiert, d.h. ein (Feature-)Punkt für jede Fensterposition.

Beispiel (Quelle: [FRM 84]):
Zwei Sequenzen $S1$ und $S2$ mit den DFT-Folgen $C1$ und $C2$ (hier im 2D)



Suche nach Teilsequenzen (4)

Suche über den Featurepunkten

- Sequentieller Scan: Durchlaufe die Menge aller Punkte in der Datenbank
- Verwendung mehrdimensionaler Indexstrukturen (z.B. R*-Baum, X-Baum, …)

Index für die einzelnen Punkte

- Bereichsanfrage: ε-Bereich um Anfragepunkt im Index anfragen, dann verfeinern.
- Dieser Suchalgorithmus ist vollständig (Beweis wie vorher).
- Experimente zeigen, dass diese Methode etwa doppelt so langsam wie eine sequentielle Suche ist, eine bessere Lösung ist also dringend erwünscht.

Suche nach Teilsequenzen (5)

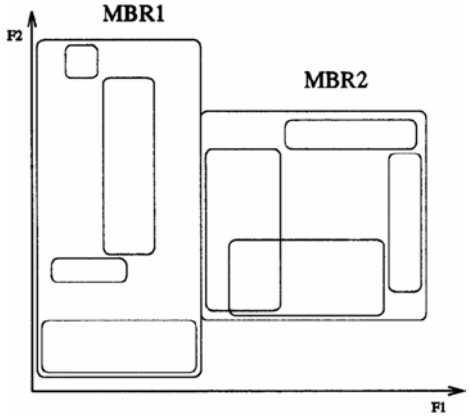
Zusammenfassen von Punkten zu Bereichen.

- Beobachtung: Aufeinanderfolgende Punkte liegen oft nahe beieinander, da die Inhalte zweier stark überlappender Fenster sehr ähnlich sind.
- Idee: Aufspaltung der Punktefolgen in Teilfolgen, dann Repräsentation der Teilfolgen durch ihre minimal umgebenden (Hyper-)Rechtecke.

Im Beispiel (Quelle: [FRM 84]):

(i) Speicherung weniger Rechtecke statt vieler Punkte und

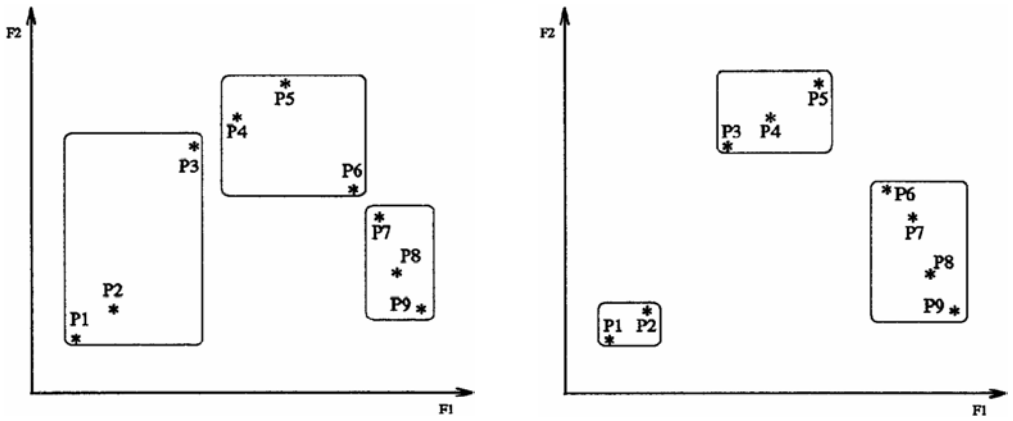
(ii) (hierarchische) Zusammenfassung der Rechtecke im Index (MBR = minimum bounding rectangle)



Suche nach Teilsequenzen (6)

Einfügen neuer Daten

- wesentliche Aufgabe: Unterteilung von Punktfolgen C in "gute" Teilfolgen.
- Punktezahl kann fix sein (z.B. 50) oder von Gesamtlänge abhängen (z.B. $\sqrt{\text{len}(C)}$)
- Aufteilung mit fester Punktanzahl pro Teilfolge kann schlecht sein (Quelle: [FRM 84]):



Suche nach Teilsequenzen (7)

- Idee: Heuristik zur Aufteilung bei Minimierung der erwarteten Plattenzugriffe
- Algorithmus zur Zerlegung einer Punktfolge in Teilfolgen:

> Ordne den ersten Punkt einer (trivialen) Teilfolge zu.
> **Für jeden** nachfolgenden Punkt p:
> **Falls** p die Grenzkosten der aktuellen Teilfolge erhöht,
> **dann** starte eine neue Teilfolge mit p,
> **sonst** füge p in die aktuelle Teilfolge ein.

- Grenzkosten für k Punkte in einer entsprechenden Teilfolge L: Zugriffe(L) / k
- *Erwartete Zugriffe für ein* n-dim. Rechteck L aus $[0, 1)^n$ mit den Seitenlängen $L_1, L_2, \ldots, L_n$:

$$\text{Zugriffe}(L) = \prod_{i=1}^{n} (L_i + 0{,}5)$$

Suche nach Teilsequenzen (8)

Anfragebearbeitung mit Anfragesequenzen der Minimallänge *w*

- Anfrage: "Suche Teilsequenzen, die zur Sequenz *q* höchstens den Abstand ε haben."
- Algorithmus:

1. Bilde die Anfragesequenz *q* auf den Punkt q_f im Featureraum ab.
2. Identifiziere mit Hilfe des Index diejenigen Teilfolgen, deren minimal umgebende Rechtecke die Kugel um q_f mit dem Radius ε schneiden.
3. Untersuche die zugehörigen Teilsequenzen und verwirf falsche Antworten.

- Die *Korrektheit* der Antworten wird im Schritt 3 sichergestellt ("Verfeinerung").
- Die *Vollständigkeit* der Antworten wird dadurch garantiert, dass im Schritt 2 ("Filterschritt") umgebende Rechtecke verwendet werden; es können also keine Resultate verloren gehen.

Suche nach Teilsequenzen (9)

Anfragebearbeitung mit längeren Anfragesequenzen *q*, d.h. len(*q*) > *w*

- Problem: Index kennt nur Sequenzen der Länge *w*
- *Idee Präfixsuche*: Suche mit einer Teilsequenz von *q* der Länge *w*, z.B. dem Präfix.
- Die Präfixsuche stellt die Vollständigkeit sicher, da auf jeden Fall eine Obermenge der tatsächlichen Resultate ermittelt wird:

Lemma**:** Falls zwei Sequenzen *s* und *q* derselben Länge *l* sich (bezüglich des euklidischen Abstands D) um nicht mehr als ε unterscheiden, dann stimmen auch jeweils zwei entsprechende Teilsequenzen *s*[*i*:*j*] und *q*[*i*:*j*] im selben Rahmen ε überein:
$D(s, q) \le \varepsilon \Rightarrow D(s[i:j], q[i:j]) \le \varepsilon$ für $1 \le i \le j \le l$

Beweis: Die Behauptung folgt aus folgender Eigenschaft:

$$D(s[i:j], q[i:j]) = \sqrt{\sum_{k=i}^{j} |s_k - q_k|^2} \le \sqrt{\sum_{k=1}^{l} |s_k - q_k|^2} = D(s, q)$$

Suche nach Teilsequenzen (10)

Anfragebearbeitung für sehr lange Anfragesequenzen *q*, d.h. len(*q*) >> *w*

- Problem: Volumen der Anfragekugel im Featureraum ist sehr groß
- Idee: Zerlege die Anfragesequenz in mehrere Teilsequenzen der Länge *w*
- *Annahme: Die Länge der Anfragesequenz q* ist ein Vielfaches von *w*: len(*q*) = *p*·*w* (andernfalls kann die obige Präfixlösung angewandt werden).
- Algorithmus *Zerlegungssuche*:

1. Zerlege die Anfragesequenz *q* in *p* Teilsequenzen der Länge *w*, die *p* Kugeln mit Radius $\varepsilon/\sqrt{p}$ im Featureraum entsprechen.
2. Hole mit Hilfe des Index alle Teilfolgen aus der Datenbank, deren umgebendes Rechteck eine der *p* Anfragekugeln schneidet.
3. Untersuche die zugehörigen Teilsequenzen, um falsche Resultate zu verwerfen.

Suche nach Teilsequenzen (11)

Vollständigkeit des Algorithmus

- Seien zwei Sequenzen *s* und *q* gleich lang, d.h. len(*s*) = len(*q*) = *p*·*w*.
- Für das folgende Lemma betrachten wir die *p* disjunkten Teilsequenzen
  $s_i = s[i{\cdot}w{+}1 : (i{+}1){\cdot}w]$ und $q_i = q[i{\cdot}w{+}1 : (i{+}1){\cdot}w]$ für $i = 0, \ldots, p{-}1$.

Lemma: Falls zwei Sequenzen *s* und *q* derselben Länge *l* sich höchstens um ε unterscheiden, dann gibt es mindestens ein Paar s_i und q_i von sich entsprechenden Teilsequenzen mit einem Abstand kleiner oder gleich $\varepsilon / \sqrt{p}$:

$$D(s, q) \le \varepsilon \;\Rightarrow\; \exists\, i = 0, \ldots, p{-}1 : D(s_i, q_i) \le \varepsilon / \sqrt{p}$$

Suche nach Teilsequenzen (12)

Beweis (durch Widerspruch):

Sei $D(s, q) \le \varepsilon$. Falls alle p Teilsequenzen einen Abstand größer als $\varepsilon / \sqrt{p}$ hätten, wäre der Gesamtabstand größer als ε:

Aus $D(s_i, q_i) = \sqrt{\sum_{j=i\cdot w+1}^{(i+1)\cdot w} (s_i[j] - q_i[j])^2} > \varepsilon / \sqrt{p}$ für alle $i = 0, \ldots, p-1$

folgt $D^2(s_i, q_i) = \sum_{j=i\cdot w+1}^{(i+1)\cdot w} (s_i[j] - q_i[j])^2 > \varepsilon^2 / p$, und damit

$D^2(s, q) = \sum_{j=1}^{p\cdot w} (s[j] - q[j])^2 > p \cdot \varepsilon^2 / p = \varepsilon^2$, also $D(s, q) > \varepsilon$

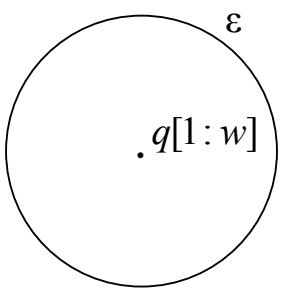
Suche nach Teilsequenzen (13)

Vergleich von *Präfixsuche* und *Zerlegungssuche*:

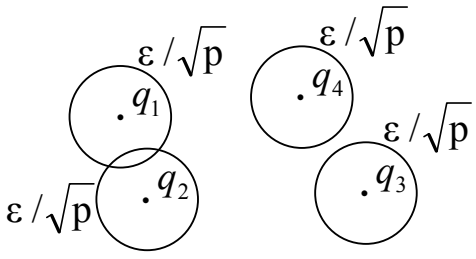
Betrachte das Volumen V der Anfragekugeln im r-dimensionalen Featureraum:

- *Präfixsuche*: $V(\varepsilon) = K \cdot \varepsilon^r$
  (K bezeichne das Volumen der r-dim. Einheitskugel).
- *Zerlegungssuche*: p Kugeln á $K \cdot (\varepsilon / \sqrt{p})^r$,
  also $V(\varepsilon) = K\, p\, \varepsilon^r / \sqrt{p^r} = K\, \varepsilon^r\, p^{1-r/2}$

Ergebnis: Zerlegungssuche ist effizienter, falls $p^{1-r/2} < 1$, d.h. falls $r > 2$.



Präfixsuche



Zerlegungssuche

Inhalt

Ähnlichkeitsmodelle für Bilder

Inhaltsbezogene Suche in Bilddatenbanken

- Suche über Standardattribute
  - Primärschlüssel (z.B. Dateiname): Keine “Suche”, da Identifikator bereits bekannt.
  - Sekundäre Merkmale (Kontextinformationen) wie Entstehungsdatum, Entstehungsort, Rechteinhaber sind nur begrenzt hilfreich.

Inhaltsbezogene Suche

- Inhaltsbasierte Suche über Schlüsselwörter
  - Manuelle Verschlagwortung bedeutet großen Aufwand.
  - Schlagwörter müssen normiert sein (Abhilfe durch Dictionaries möglich).
  - Schlagwörter decken immer nur bestimmte ausgewählte Aspekte ab (z.B. abgebildete Gegenstände, Indoor/Outdoor/…-Klassifikation)
  - Schlagwortsuche versagt, wenn betrachteter Aspekt nicht als Schlagwort aufgenommen wurde (z.B. “Suche alle Bilder mit hohem Grünanteil am unteren Rand”).
- Suche über den eigentlichen Bildinhalt
  - Konzept: Inhalt aus der internen Bildrepräsentation (Pixel) ableiten.
  - Aufwand und Probleme der manuellen Verschlagwortung entfallen.
  - Möglichkeiten: Farben, Texturen, Formen

Merkmale von Bildern

Merkmale von Bildern

- Farbe
  - Farbhistogramme (QBIC) [HSE+ 95]
- Textur
  - Beschaffenheit von Bildsegmenten (z.B. Holzmaserung, Kieselsteine, Karomuster)
  - Evaluierung verschiedener Distanzfunktionen [PBRT 99]
- Formen (Konturen)
  - Algebraische Moment-Invarianten [TC 91] [FBF+ 94]
  - Pixelbasierte Ähnlichkeitsmodelle [WJ 96] [AKS 98]
  - Morphologisches Ähnlichkeitsmodell [KSF+ 98]

Systeme zur Inhaltsbasierten Suche

Systeme zur Inhaltsbasierten Suche

- *QBIC*: Query By Image (and Video) Content. IBM Almaden Research Center
- *ImageMiner*. Technologie-Zentrum Informatik, Uni Bremen
- *VisualSeek*. Center for Telecom Research, Columbia Univ., NY
- *MARS: Multimedia Analysis and Retrieval System*. U. Illinois/Urbana-Champaign
- *Surfimage*. INRIA Recquencourt, France
- … und viele mehr!

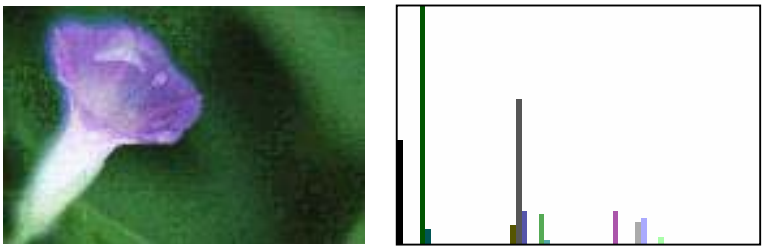
Farbhistogramme

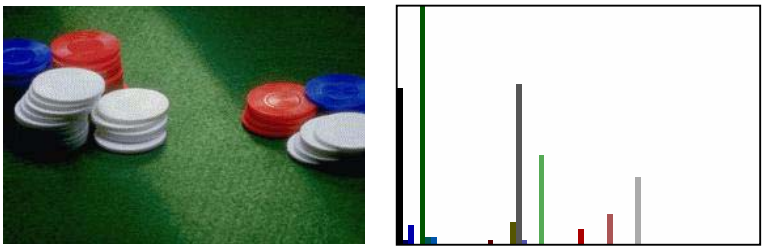
Farbhistogramme

- Repräsentation der Farbverteilung in einem Bild (auf Pixelbasis)
- Definition der Farbhistogramme
  - Farbraum festlegen (z.B. RGB, HSV, HLS, Munsell, …)
  - Menge von Repräsentanten im Farbraum auswählen (sample points)
  - z.B. Gitter im Farbraum mit 4×4×4 = 64 Farben oder 8×8×8 = 512 Farben
- Berechnung der Farbhistogramme
  - Für jedes Pixel, erhöhe den Zähler des nächstgelegenen Repräsentanten um eins.
  - Evtl. Normierung, um Histogramm von der Bildgröße unabhängig zu machen.

Farbhistogramme

Beispiel für Farbhistogramme (64 Repräsentanten):

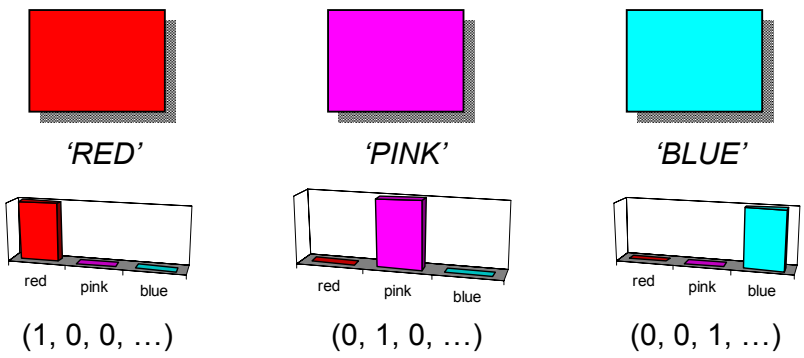




Distanzfunktionen

Distanzfunktionen

- Beispiel euklidische Distanz:
  Seien H^P und H^Q die Farbhistogramme der Bilder P und Q.
  $D(P,Q) = \sqrt{(H^P - H^Q)\cdot(H^P - H^Q)^T}$



- Es gilt:
  $D(\text{'RED'}, \text{'PINK'}) = \sqrt{2}$, $D(\text{'RED'}, \text{'BLUE'}) = \sqrt{2}$,
  $D(\text{'PINK'}, \text{'BLUE'}) = \sqrt{2}$

Quadratische Formen

Quadratische Formen als Distanzfunktionen

- Definition: Sei A eine Ähnlichkeitsmatrix, dann gilt:

$$D_A(P,Q) = \sqrt{(H^P - H^Q) \cdot A \cdot (H^P - H^Q)^T} = \sqrt{\sum_i \sum_j a_{ij}(H_i^P - H_i^Q)(H_j^P - H_j^Q)}$$

- Die Einträge a_{ij} einer Ähnlichkeitsmatrix $A = [a_{ij}]$ beschreiben die Ähnlichkeit der Dimensionen i und j in den Vektoren (Bins i und j in den Histogrammen)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & \ldots & \\ & a_{ij} \quad \ldots & \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

- Im obigen Beispiel erhalten wir für die Matrix $A' = \begin{bmatrix} 1{,}0 & 0{,}9 & 0{,}0 \\ 0{,}9 & 1{,}0 & 0{,}0 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 1{,}0 \end{bmatrix}$ die Abstandswerte:

  D('RED', 'PINK') = $\sqrt{0{,}2}$, D('RED', 'BLUE') = $\sqrt{2}$,
  D('PINK', 'BLUE') = $\sqrt{2}$

Ähnlichkeitsmatrizen (1)

Beispiele für Ähnlichkeitsmatrizen (vgl. [HSE+ 95])

(im folgenden ist d_{ij} der Abstand der Bins i und j)

- $a_{ij} = (1 - d_{ij} / d_{max})$
- $a_{ij} = \exp(-\sigma (d_{ij} / d_{max})^2$
  (für $\sigma \longrightarrow \infty$ erhält man die Einheitsmatrix)
- QBIC verwendet eine aus Ergebnissen der Perzeptionsforschung abgeleitete Matrix

Ähnlichkeitsmatrizen (2)

Eigenschaften von Ähnlicheitsmatrizen

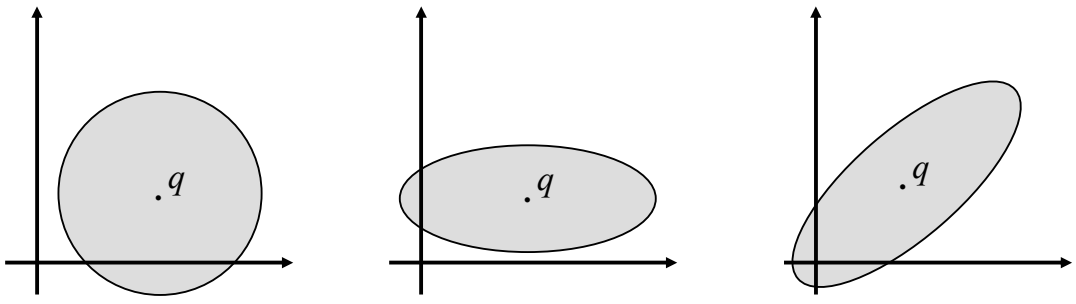
- Symmetrie
  Wir fürfen annehmen, dass Ähnlicheitsmatrizen immer symmetrisch sind, denn:
  Lemma: zu jeder Matrix A‘ gibt es eine symmetrische Matrix
  $A = (A‘ + A‘^{T})/2$, so dass gilt: $D_A(P, Q) = D_{A‘}(P, Q)$
  Beweis: Sei $\Delta = H^P - H^Q$, dann gilt:

$$D_A(P,Q) = \sqrt{\Delta \cdot A \cdot \Delta^T} = \sqrt{\Delta \cdot \frac{A'+A'^T}{2} \cdot \Delta^T} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{a_{ij}+a_{ji}}{2}\right)\Delta_i\Delta_j}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\Delta_i\Delta_j + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ji}\Delta_i\Delta_j} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\Delta_i\Delta_j} = D_{A'}(P,Q)$$

Ähnlichkeitsmatrizen (3)

Geometrie von ε-Anfragen



euklidische Distanz | gewichtete euklidische Distanz | positiv-definite quadratische Form

Ähnlichkeitsmatrizen (4)

Positiv definite Matritzen (PD)

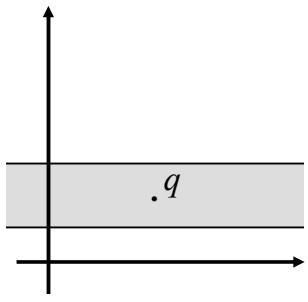
- Ähnlichkeitsmatritzen müssen positiv definit sein
- Definition (aus der linearen Algebra):
  A ist positiv definit gdw. $x\ A\ x^T > 0$ für alle $x \neq 0$
- D.h. Matrix ist PD gdw. Distanzfunktion ist PD (nötig für Metrik!)
- Test, ob eine Matrix PD ist z.B. durch Berechnung der Cholesky-Zerlegung

Positiv semidefinite Matrizen (PSD)

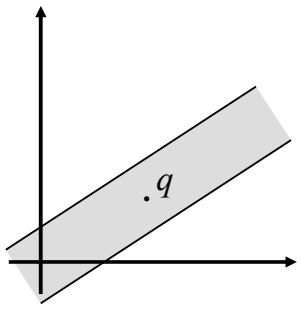
- Für bestimmte Anwendungen kann man sich semi-definite Matrizen vorstellen
- Definition: A ist positiv semi-definit gdw. $x\ A\ x^T \geq 0$ für alle $x \neq 0$
- D.h. auch für $x \neq 0$ (Histogramme: $H^P \neq H^Q$) kann der Distanzwert verschwinden
- Geometrische Deutung für ε-Anfragen: der Anfragebereich ist unbeschränkt

Ähnlichkeitsmatrizen (5)

Lemma:
falls $x\ A\ x^T = 0$ für ein $x \neq 0$, dann auch $\lambda x\ A\ \lambda x^T = 0$ für alle $\lambda \in IR$



ε-Anfragebereich einer PSD gewichteten euklid. Distanz



ε-Anfragebereich einer PSD quadratischen Form

Anfragebearbeitung (1)

Anfragebearbeitung für Quadratische Formen

Problem:

- Die Auswertung einer quadratischen Form in d Dimensionen benötigt $O(d^2)$ viele arithmetische Operationen
- Die Laufzeit einer sequentiellen Auswertung für eine Datenbank mit n Objekten ist $O(n \cdot d^2)$.

$\Rightarrow$ Gesucht sind schnellere Verfahren.

Diagonalisierung der Ähnlichkeitsmatrix

- Idee: Quadratische Form in gewichteten euklidischen Abstand überführen.
- Grundlage: Jede PD-Matrix A läßt sich diagonalisieren.
- Das bedeutet: Es gibt eine Diagonalmatrix $W = \text{diag}(w_1, \ldots, w_n)$ sowie eine orthonormale Matrix V, d.h. $V V^T = V^T V = Id$, so dass gilt: $A = V W V^T$

Anfragebearbeitung (2)

- Damit gilt für alle Vektoren (Histogramme) p und q:

$$\mathrm{D}_A(p,q) = \sqrt{(p-q) \cdot VWV^T \cdot (p-q)^T}$$
$$= \sqrt{(pV-qV) \cdot W \cdot (pV-qV)^T} = \mathrm{D}_W(pV, qV)$$

- D_A ist also äquivalent zum gewichteten euklidischen Abstand D_W, nachdem alle beteiligten Vektoren der Basistransformation V unterworfen wurden.
- Die Gewichte $w_1, \ldots, w_n$ sind die *Eigenwerte* der Matrix A, die zugehörigen Spalten in V sind die *Eigenvektoren* von A.

Anfragebearbeitung (3)

- Dimensionsreduktion
  - Da A positiv definit ist, sind alle Eigenwerte w_i positiv, d.h. $w_i > 0$, und ein "Abschneiden" der d-dimensionalen Vektoren pV und qV auf $r < d$ Dimensionen liefert eine garantierte untere Schranke für $D_W = D_A$:

$$D_{W,r}(pV, qV) = \sqrt{\sum_{i=1}^{r} w_i (pV_i - qV_i)^2} \leq \sqrt{\sum_{i=1}^{d} w_i (pV_i - qV_i)^2} = D_W(pV, qV)$$

  - Die untere Schranke-Eigenschaft stellt die Vollständigkeit der Anfragebearbeitung sicher.
  - Beobachtung: Die Transformation hängt von der Ähnlichkeitsmatrix A ab!

Anfragebearbeitung (4)

- Anpassbarkeit durch den Benutzer
  - Ähnlichkeit hat einen stark subjektiven Charakter.
  - Ein Benutzer ist mit der vorgegebenen Matrix möglicherweise nicht zufrieden.
  - Neuaufbau eines Indexes zur effizienten Datenbanksuche bzgl. D_A ist sehr teuer; erwünscht sind deshalb flexiblere Techniken, die eine Modifikation der Ähnlichkeitsmatrix zur Anfragezeit ermöglichen.

Texturen (1)

Texturen in Bildern

Die Textur beschreibt die Beschaffenheit von Bildsegmenten (dargestellte Oberflächen)

Texturmodell in QBIC

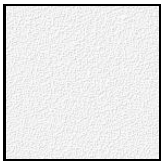
([FBF+ 94] Faloutsos C., Barber R., Flickner M., Hafner J., et al.: *Efficient and Effective Querying by Image Content*. Journal of Intelligent Information Systems 3, 231-262, 1994.)

- **Gerichtetheit**, Orientiertheit (Directionality)


  - Vorhandensein von (Vorzugs-)Richtungen
  - Beispiel: Mauerfugen versus Kieselsteine
  - aus Verteilung der Gradientenrichtungen in den Bildern

Texturen (2)

- **Kontrast** (Contrast)




  - Lebendigkeit (Unruhe) eines Musters
  - Beispiel: weiße Wand versus Sand
  - Berechnung aus der Varianz im Grauwerthistogramm
- **Granularität** (Coarseness)

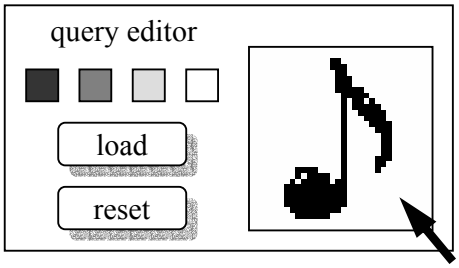

  - Größenordnung der Textur
  - Beispiele: Sand vs. Kieselsteine; feine vs. grobe Mauer
  - Berechnung durch über das Bild verschobene Fenster unterschiedlicher Größe

Formen in Bildern (1)

Pixelbasiertes Modell für Formen in Bildern

([AKS 98] Ankerst M., Kriegel H.-P., Seidl T.: A Multistep *Approach for Shape Similarity Search in Image Databases*. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering (TKDE) 10(6), 1998, 996-1004.)

- Anwendungen für formbasierte Ähnlichkeitssuche
  - Query By Sketch (z.B. mausgesteuerter Editor)

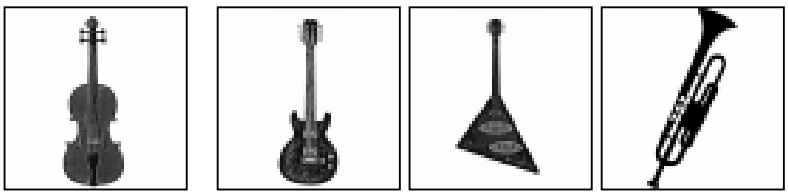


  - Vorgegebene Bilder
    - Grafikarchive
    - Patentrecherche
    - Medizinbilder

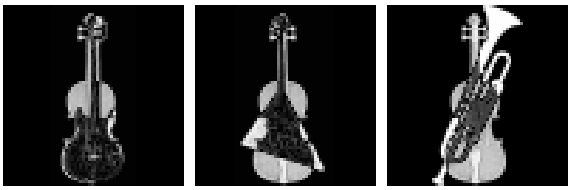
Formen in Bildern (2)

- Konzept der Differenzbilder

Anfrage- und Ergebnisbilder (64×64 Pixel)



Differenzbilder und eukidische Distanz

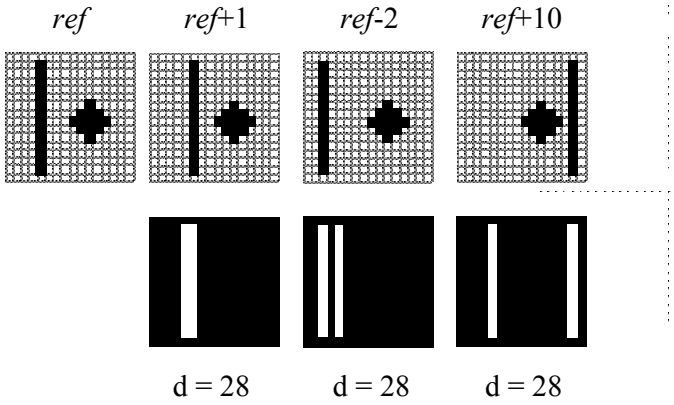


d = 128.2 d = 223.9 d = 424.7

Formen in Bildern (3)

Probleme mit der euklidischen Distanz

- Beispiel "*ref*"
  - Referenzbild: Balken links von einem Punkt.
  - Bei den Vergleichsbildern ist der Balken um +1, –2 bzw. +10 Pixel horizontal verschoben.
  - Euklidischer Abstand zu *ref* bleibt jedoch immer derselbe.



Formen in Bildern (4)

- Problembeschreibung
  - Leichte Verschiebungen sind von starken Veränderungen nicht unterscheidbar.
  - Invarianz gegenüber globalen Translationen stellt keine Lösung dar.
  - Erwünscht ist die Robustheit gegenüber kleinen, lokalen Veränderungen.

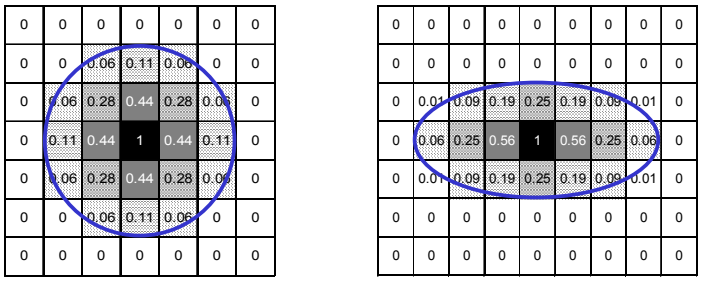
Formen in Bildern (5)

Umgebungsbasierte Distanzfunktion

Lösungsidee: Betrachte die Nachbarschaften der Pixel

Statt nur die direkt übereinanderliegenden Pixel wie im Differenzbild zu betrachten, werden nun auch benachbarte Pixel zur Ähnlichkeitsbewertung herangezogen.

- Beispiel für unterschiedliche Gewichtungen benachbarter Pixel



$w_{3,3}$ $w_{4,2}$

  - Die Gewichtung kann für alle Pixel gleich gewählt werden, sie kann aber auch über die Bildfläche hinweg variieren.
  - Durch die Gewichtung $w_{1,1}$ wird der euklidische Abstand beschrieben.

Formen in Bildern (6)

- Formale Definition
  - Lokale Nachbarschaften: zu jedem Pixel p zweier Bilder F, G werden die Pixel p' in der Umgebung betrachtet:

$$d_W(F,G)|_p = \sum_{p' \text{ Pixel}} w(p-p') \cdot (F(p') - G(p'))$$

Im obigen Modell sind nur wenige Gewichte $w(\Delta) = w(p - p')$ ungleich Null.

  - Gesamtdistanz: die mit dem lokalen Umgebungsabstand gewichteten Pixeldifferenzen werden über alle Pixel der gesamten Bildfläche addiert:

$$d_W(F,G)^2 = \sum_{p \text{ Pixel}} (F(p) - G(p)) \cdot d_w(F,G)|_p =$$

$$= \sum_{p \text{ Pixel}} (F(p) - G(p)) \cdot \sum_{p' \text{ Pixel}} w(p-p') \cdot (F(p') - G(p')) =$$

$$= \sum_{p \text{ Pixel}} \sum_{p' \text{ Pixel}} (F(p) - G(p)) \cdot w(p-p') \cdot (F(p') - G(p')) =$$

$$= (F-G) \cdot W \cdot (F-G)^T$$

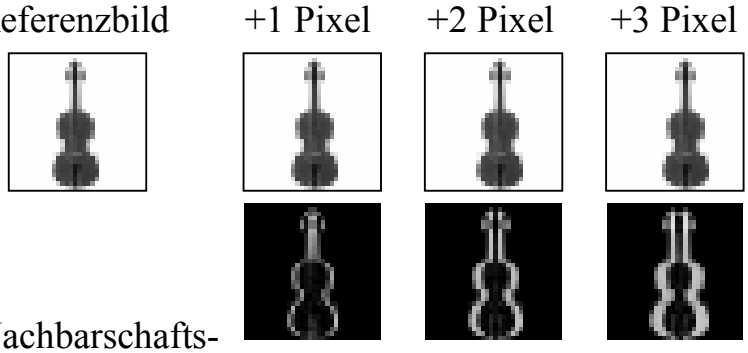
Formen in Bildern (7)

- Beobachtung:
  - Die Distanzfunktion $d_w(F, G)$ ist eine quadratische Form.
  - Die Ähnlichkeitsmatrix W enthält für jedes Pixelpaar p, p' den Eintrag $w(p - p')$.
- Übertragung auf Farbbilder
  - Bisher werden Pixeldifferenzen $F(p) - G(p)$ bezüglich der Grauwerte benutzt.
  - Bei Farbbildern berechnet man nicht Grauwertdifferenzen $F(p) - G(p)$, sondern Farbabstandswerte $d_C(F(p), G(p))$ bzgl. einer Farbdistanzfunktion d_C.

Formen in Bildern (8)

Experimentelle Ergebnisse

- Testdatenbank mit 10.000 Clip Arts der Auflösung 32×32 = 1.024D



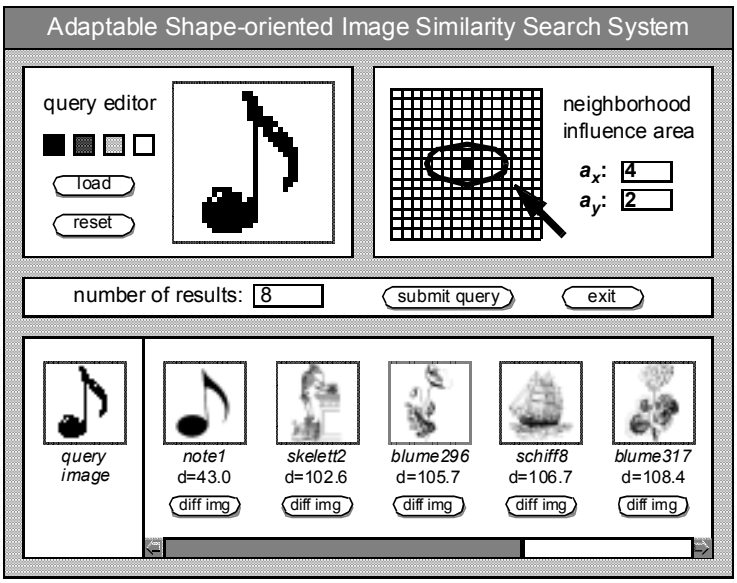
Nachbarschaftsbereiche	+1 Pixel	+2 Pixel	+3 Pixel
$w_{1,1}$:	1	9	328
$w_{5,1}$:	1	3	92
$w_{12,1}$:	1	3	10

- Beobachtung: Für den Nachbarschaftsbereich $w_{12,1}$ wird die um drei Pixel nach rechts verschobene Violine unter die "Top-Ten" eingeordnet.

Formen in Bildern (9)

Beispiel für eine Benutzeroberfläche

- Anfragespezifikation: Sketch Editor, Ellipsoid Editor, Parameter *k*.
- Ergebnisausgabe: Anfragebild, Ergebnisbilder, Distanzwerte, Differenzbilder



Inhalt

1. Sequenzen
2. Bilder
3. CAD/3D

Geometrische Ähnlichkeitsmodelle, Übersicht (1)

Einführung und Übersicht

Formen können in Pixelbildern vorliegen, aber auch durch Vektorgraphiken beschrieben werden (z.B. Polygone oder allgemeine Punktmengen).

- Ähnlichkeitsmodelle für Polygone (2D)
  - Approximation von Formen durch größensortierte Rechtecke [Jag 91]
  - Ähnlichkeit von Kantenzügen [GM 93] [MG 93] [MG 95]
  - Partielle Ähnlichkeitssuche per Fourier-Transformation [BKK 97a] [BK 97]
  - Angular Profile, LWL-Codierung (Länge-Winkel-Länge) [BMH 92] [BK 97]
  - Section Coding [BKK 97b] [BK 97]

Geometrische Ähnlichkeitsmodelle, Übersicht (2)

- Vektorgrafikbasierte Ähnlichkeitsmodelle für 3D-Objekte
  - Formhistogramme [AKKS 99]
  - Approximationsbasierte Ähnlichkeit für Oberflächensegmente [KSS 97] [KS 98]
  - Geometrisches Hashing [LW 88]
  - Iterative Closest Points (ICP) [BM 92] [Zha 94]
  - Algebraische Moment-Invarianten [TC 91]

Wir betrachten im weiteren eine Auswahl aus diesen Techniken.

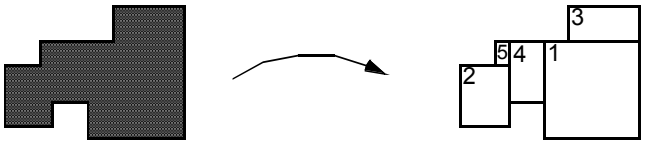
Überdeckungsmodell

Überdeckungsmodell für 2D-Formen

([Jag 91] Jagadish H. V.: A Retrieval Technique for Similar Shapes. Proc. ACM Int. Conf. on Management of Data (SIGMOD) 1991, 208-217.)

Grundidee

- Ähnlichkeitsmodell für 2D-Formen, hier: leicht erweiterbar auf 3D-Formen.
- Distanzfunktion: Flächeninhalt der symmetrischen Differenz zweier Formen.
- Hier: Translations- und skalierungsinvariant, nicht jedoch rotationsinvariant.
- Vorgehen: Repräsentation der Formen durch rechteckige Überdeckungen.
- Speicherung der Rechtecksflächenmaßzahlen z.B. der Größe nach geordnet.



Rechtecksüberdeckungen (1)

- Objektmodell
  - Formen sind als konturierte Objekte gegeben (d.h. Polygone).
  - Extraktion von Formen aus Grauwertbildern möglich, solange klare Konturen bestimmt werden können (Probleme z.B. bei teilweise verdeckten Objekten).
  - Die Polygone müssen nicht konvex sein (d.h. Einbuchtungen möglich).

Rechtecksüberdeckungen

- *Additive Überdeckung:* Durch eine Folge von Rechtecken $\langle R_1, R_2, \ldots, R_k \rangle$ ist eine Folge von additiven Überdeckungen $\langle C_0, C_1, \ldots \rangle$ wie folgt definiert:

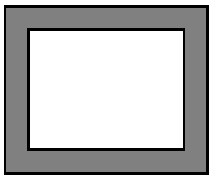
  $$C_0 = \varnothing, \quad C_{i+1} = C_i \cup R_{i+1}$$

- *Allgemeine Überdeckung:* Neben dem Hinzufügen von Rechtecksflächen ($\cup$) ist auch das Entfernen von Rechtecksflächen ($-$) möglich:

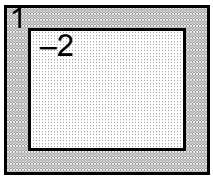
  $$C_0 = \varnothing, \quad C_{i+1} = C_i \cup R_{i+1} \quad \text{oder} \quad C_{i+1} = C_i - R_{i+1}$$

Rechtecksüberdeckungen (2)

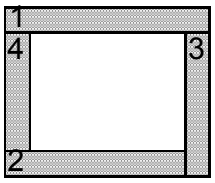
- Für endliche Formen S konvergieren (additive) Überdeckungssequenzen schon im Endlichen, d.h. es gibt ein K, so dass $C_K = S$, und wir definieren $C_j = C_K$ für $j \geq K$.
- Überlappungen sind erlaubt, sollen aber möglichst gering ausfallen.



gegebene Form



allg. Überdeckung



additive Überdeckung

Rechtecksüberdeckungen (3)

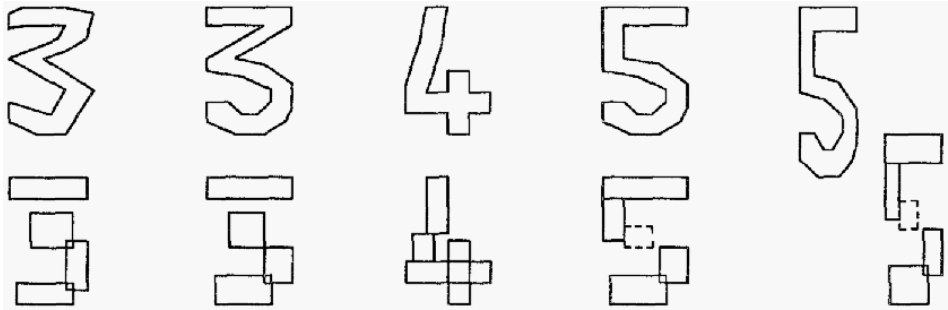
- Approximative Rechtecksüberdeckungen
  - Anstatt aller Rechtecke einer Überdeckung werden nur wenige gespeichert.
  - Das Entfernen kleiner Rechtecke entspricht dem Beseitigen hochfrequenter Fehler wie Schmutzflecken oder Diskretisierungsfehlern (z.B. bei eingescannten Bildern).
- Approximationsqualität
  - Die ersten Rechtecke einer Überdeckung sollen schon eine möglichst gute Approximation der ursprünglichen Form liefern.
  - Kumulatives Fehlerkriterium: Die Approximationsfehler der Überdeckungssequenz $\langle C_0, C_1, \ldots, S \rangle$ werden sukzessive aufsummiert, die Gesamtsumme zählt:

    kumulativer Fehler $= \Sigma_{i=1\ldots n} | S - C_i |$

  - Minimierung der Gesamtsumme führt zu Minimierung der "frühen" Fehler $|S - C_i|$ für kleine i, da diese mehrfach gewertet werden.

Rechtecksüberdeckungen (4)

– Beispiel: Fünf Ziffern und zugehörige erste Rechtecke:

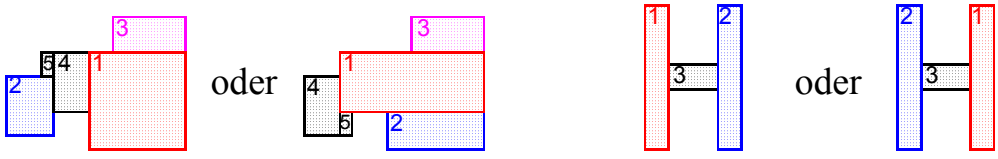


Quelle: [Jag 91]

Rechtecksüberdeckungen (5)

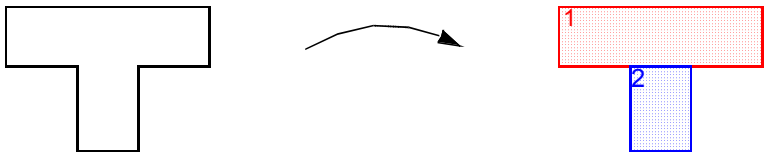
Probleme der Rechtecksüberdeckung

- Nicht-eindeutige Repräsentation
  - Es kann unterschiedliche optimale Zerlegungen eines Objektes geben.
  - Insbesondere bei Symmetrie ist die Reihenfolge der Rechtecke nicht eindeutig.
  - Lösung: Objekt mehrfach speichern oder mehrfache Anfragen für eine Form.



Rechtecksüberdeckungen (6)

- Rechteckige Formen
  - Wird eine Form schon durch wenige Rechtecke exakt beschrieben, besteht die Überdeckungssequenz ggf. aus weniger Elementen, als im Index gespeichert werden.
  - Lösung: Parameter der weiteren Rechtecke nicht als Punkte, sondern als Bereiche im Featureraum speichern → räumliche Indexe (statt Punktindexe) verwenden.



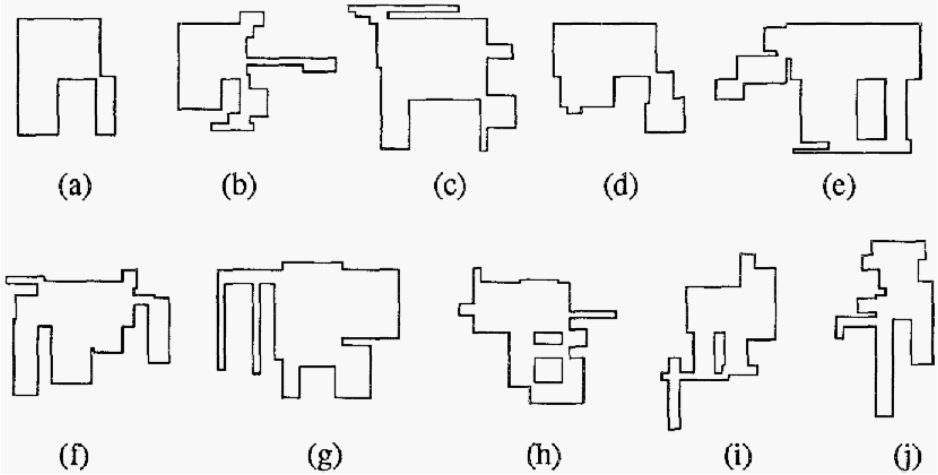
Rechtecksüberdeckungen (7)

Ähnlichkeitsanfragen

- Experimentelles Umfeld
  - Datenbank: 16.000 synthetische Formen.
  - Jede Form wurde aus 10 zufällig erzeugten Rechtecken zusammengesetzt, danach wurden jeweils additive Überdeckungen berechnet.
  - Im Index wurden jeweils die größten drei Rechtecke der Überdeckung gespeichert.
  - Anfragen: Bereichsanfragen um zufällig ausgewählte Formen der Datenbank

Rechtecksüberdeckungen (8)

- Beispiel für das Ergebnis einer Ähnlichkeitsanfrage:
  (a: Anfrageform; b – j: Ergebnisformen)



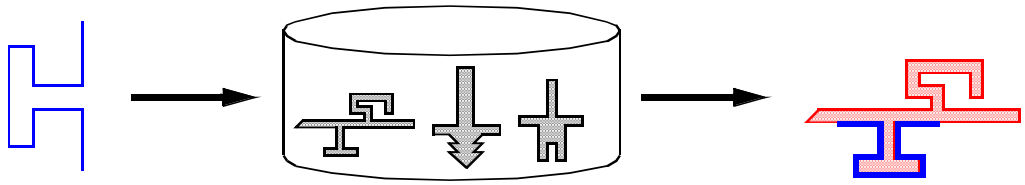
Quelle: [Jag 91]

Partielle Ähnlichkeitssuche

Partielle Ähnlichkeitssuche für Polygone

([BKK 97] Berchtold S., Keim D. A., Kriegel H.-P.: *Using Extended Feature Objects for Partial Similarity Retrieval.* VLDB Journal 6(4), 1997, 333-348.)

- Ziel
  - Translations-, rotations- und skalierungsinvariante Ähnlichkeit von Polygonen.
  - Unterstützung von partieller Ähnlichkeitssuche.



Anfragekantenzug Polygonen | Datenbank von Polygon | Partiell ähnliches Polygon