

Algorithmen und Datenstrukturen
SS 2019

Übungsblatt Global 2: Komplexität

Aufgabe Global 2-1 *Knobelei: Josephus Problem*

Der jüdische Historiker Flavius Josephus hielt sich 67 n.Chr. beim Kampf um die galiläische Stadt Jotapata mit 40 weiteren Männern in einer Höhle vor den Römern versteckt. Als das Versteck verraten wurde, beschlossen diese, lieber zu sterben, als den Römern in die Hände zu fallen. Da Josephus lieber das ihm angebotene freie Geleit der Römer nutzen wollte, falls er die Höhle verlassen würde, schlug er einen kollektiven Suizid vor: Alle sollten sich im Kreis aufstellen und jeder seinen linken Nachbarn töten. Das sollte wiederholt werden, bis nur noch einer übrig bleibt.

1. An welche Stelle muss sich Josephus stellen, um zu überleben?
2. Welche Position überlebt, wenn es n Personen gibt?
3. Wie stark wächst die Anzahl der Morde des Überlebenden in Abhängigkeit von n ?

Aufgabe Global 2-2 *Komplexitätsklassen*

Vergleichen Sie die Komplexitätsklassen $O(\log n)$, $O(\sqrt{n})$, $O(\log^2 n)$, $O(\log n^2)$, $O(n)$, $O(\log \log n)$ und $O(\log^k n)$ miteinander. Zeigen Sie die Korrektheit der von Ihnen gefundenen Ordnung.

Aufgabe Global 2-3 *Multivariate Komplexität*

Univariate Definition (siehe Vorlesung):

$$O(f) = \{g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid \exists c > 0 \exists x_0 > 0 \forall x \geq x_0 : |g(x)| \leq c \cdot |f(x)|\}$$

Eine mögliche multivariate Definition : Seien f und g Funktionen definiert auf einer Teilmenge von \mathbb{R}^n

$$O(f) = \{g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \mid \exists c > 0 \exists \vec{x}_0 \text{ mit } \forall i \leq n \ x_i > 0 \text{ so dass } \forall \vec{x} : \forall i \leq n \ x_i \geq x_{0,i} \Rightarrow |g(\vec{x})| \leq c|f(\vec{x})|\}$$

Welche der folgenden Aussagen ist korrekt? Begründen Sie Ihre Antworten.

- $2^{(2^n)} \in O(n^{(2^n)})$
- Wenn $f(n) \in O(s(n))$ und $g(n) \in O(r(n))$ gilt, dann gilt auch $f(n) - g(n) \in O(s(n) - r(n))$
- $m^3 n^2 \in O(m^2 n^3)$
- $\log(m) * n \in O(m * n)$
- $\log(\log(m)^n) \in O(n * \log(m))$
- $4mn \in O(n^3)$