Ludwig-Maximilians-Universität München München, 21.06.2018
Institut für Informatik
Prof. Dr. Thomas Seidl
Anna Beer, Florian Richter

Algorithmen und Datenstrukturen
SS 2018

Übungsblatt Global 7: Bäume

Aufgabe Global 7-1 *Knobelaufgabe: Zwerge mit Mützen*

Es gibt ganz viele Zwerge und diese leben in einer stockdunklen Höhle. Jeder Zwerg trägt eine Mütze. Es gibt blaue und rote Mützen. Die Zwerge wissen nicht, welche Farbe ihre eigene hat und sehen auch die anderen nicht, weil es ja dunkel ist. Zudem können die Zwerge auch nicht miteinander kommunizieren. Die Zwerge gehen nun einzeln aus der Höhle raus.

Was für ein Verfahren müssen sie anwenden, damit die rotmützigen Zwerge auf der einen Seite und die blaumützigen Zwerge auf der anderen Seite stehen, nachdem alle Zwerge draussen sind? Ein Zwerg, der heraus kommt sieht natürlich die anderen Zwerge und ihre Mützenfarben.

Lösungsvorschlag:
Der erste Zwerg kommt raus und stellt sich auf. Der zweite Zwerg stellt sich neben ihn. Entweder stehen nun zwei Zwerge mit gleicher Mützenfarbe nebeneinander, dann stellt sich der dritte Zwerg der raus kommt rechts oder links daneben. Oder es stehen zwei Zwerge mit unterschiedlichen Mützenfarben nebeneinander, dann stellt sich der dritte Zwerg in die Mitte von den beiden. Egal welche Farbe er selbst hat, die Zwerge bleiben sortiert. Der vierte Zwerg (und alle übrigen) geht gleich vor: er stellt sich genau an die Grenze, so dass auf der einen Seite von ihm ein blaumütziger, und auf der anderen Seite ein rotmütziger Zwerg stehen.

Aufgabe Global 7-2 *B-Baum*

(a) Fügen Sie in einen leeren B-Baum mit k=3 die Schlüssel 4, 12, 35, 55, 66, 80, 95, 7, 58, 40, 15, 42, 45, 83 und 72 ein. Entfernen Sie aus den entstandenen Bäumen die Schlüssel 7 und 15.

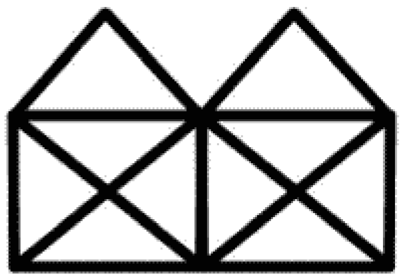
(b) Wiederholen Sie das ganze in einem B+ - Baum.

Aufgabe Global 7-3 *Graphen*

(a) Knobelei: Zeichnen Sie das Haus vom Nikolaus. Zu einfach? Zeichnen Sie das Doppelhaus des Nikolaus (s.u.).

Lösungsvorschlag:
Nicht möglich.

(b) Zeigen Sie: In einem Graphen ist die Anzahl der Knoten mit ungeradem Grad gerade.



Lösungsvorschlag:

Induktiv über die Anzahl der Kanten:
Sei G = (V,E) ein beliebiger Graph mit $|V|$ in $\mathbb{N}$.
Induktionsanfang: Sei $|E| = 0$. Dann stimmt die Behauptung.
Induktionsvoraussetzung: Für einen Graphen mit n Knoten und m Kanten gilt die Behauptung.
Induktionsschritt: Seien m Kanten im Graph und es gebe gerade viele Knoten mit geradem Grad. Füge nun eine Kante hinzu. Wir unterscheiden drei Fälle:

(i) Beide Knoten waren gerade. Dann sind nach Einfügen beide ungerade. Die Anzahl der geraden Knoten steigt also um 2.

(ii) Beide Knoten waren ungerade. Dann sinkt nach Einfügen der Kante die Anzahl der geraden Knoten um 2.

(iii) Ein Knoten ist ungerade, der andere gerade. Dann bleibt die Anzahl der Knoten mit geradem Grad gerade.